

# Rezonanční řízení reálného elektromotoru

(c) Ing. Ladislav Kopecký, červenec 2015

Chceme-li rezonančně řídit elektromotor, například indukční, musíme si uvědomit, že vinutí statoru (v kombinaci s rezonančními kondenzátory) tvoří rezonanční obvody s nízkým činitelem jakosti  $Q$ . Je to dáno několika příčinami: zaprvé vířivými proudy v magnetickém obvodu, zadruhé proudy indukovanými v rotoru a zatřetí proudy indukovanými v závitu nakrátko u rozběhových pólů. Ztrátám vyvolaným těmito proudy budeme pro účely tohoto článku říkat *indukované ztráty*. První příčina se týká naprosté většiny střídavých elektromotorů, druhá příčina se týká indukčních motorů a třetí příčina se týká jednofázových indukčních motorů s rozběhovou fází řešenou pomocnými póly se závitem nakrátko. Důsledkem je zkreslení sinusovky proudu i napětí a nižší účinnost. V tomto článku provedeme rozbor ztrát v motoru v běžném a v rezonančním režimu na příkladu reálného jednofázového indukčního motoru. Nejdříve provedeme měření a na základě výpočtu parametrů motoru provedeme simulaci, pomocí níž určíme velikost jednotlivých druhů ztrát.

Nejdříve změříme síťové napětí a proud procházející motorem. Z těchto dvou veličin určíme impedanci a dále indukčnost vinutí statoru. Nakonec vypočteme kapacitu rezonančního kondenzátoru pro frekvenci sítě, tj. 50Hz. Použijeme stejný motor jakov článku „Návrh rezonančního řízení jednofázového motoru“, takže příslušné výpočty odsud převezmeme:

Činný odpor vinutí je  $R = 34\Omega$ . Dále jsme změřili napětí sítě:  $U = 235\text{VAC}$  a proud protékající vinutím:  $I = 0,5\text{A}$ . Nejdříve vypočítáme impedanci  $Z = U/I = 235/0,5 = 470\Omega$ . Pro impedanci  $Z$  cívky, připojené ke střídavému zdroji napětí, platí vztah

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \quad (1)$$

kde  $R$  je činný odpor cívky a  $X_L$  je induktivní reaktance, pro kterou platí

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (2)$$

kde  $\omega$  je úhlová rychlost,  $f$  je frekvence a  $L$  je indukčnost cívky.

Z rovnice (1) nejdříve vypočítáme induktivní reaktanci:

$$X_L = \sqrt{(Z^2 - R^2)} = \sqrt{(470^2 - 34^2)} = 468,77\Omega$$

Indukčnost  $L$  vypočítáme podle (2):

$$L = X_L / \omega = 468,77 / (2 \cdot \pi \cdot 50) = 468,77 / 314,159 = 1,492\text{H}$$

Nyní určíme kapacitu kondenzátoru  $C$  tak, aby došlo k rezonanci při frekvenci sítě  $f = 50\text{Hz}$ , jestliže cívku motoru v sérii s kondenzátorem připojíme k síti.

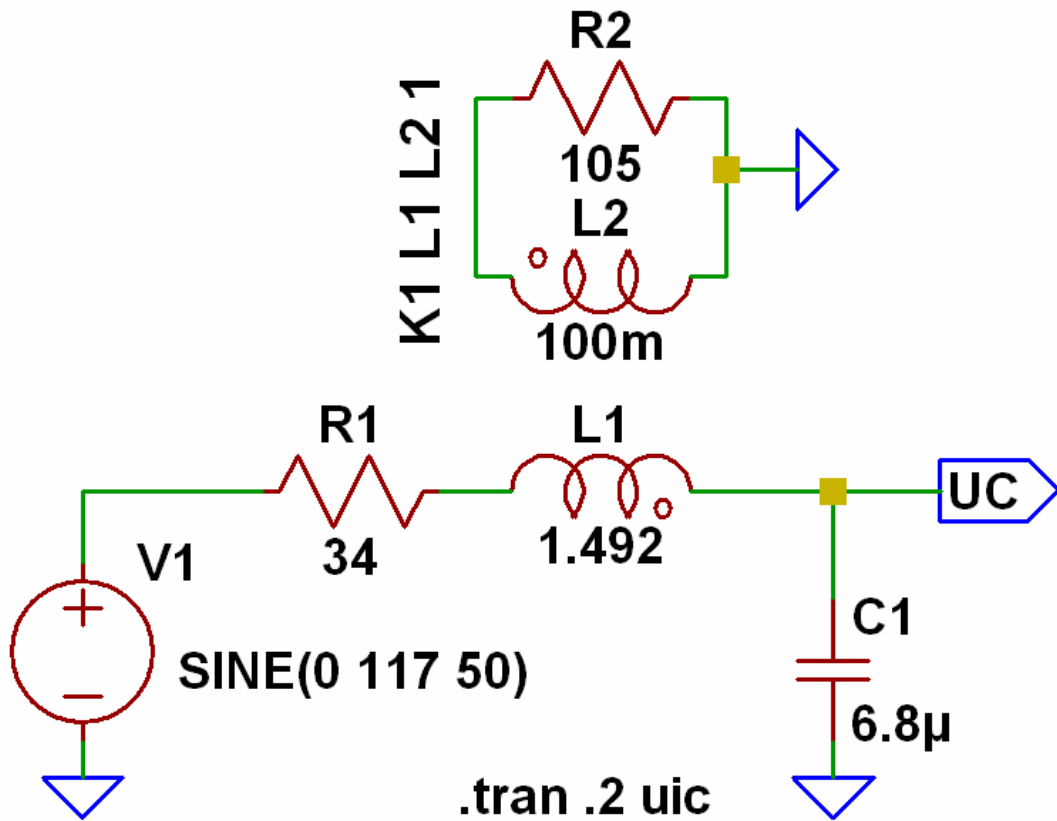
Pro rezonanci platí následující rovnice

$$L \cdot C = 1 / \omega^2 \quad (3)$$

Odtud

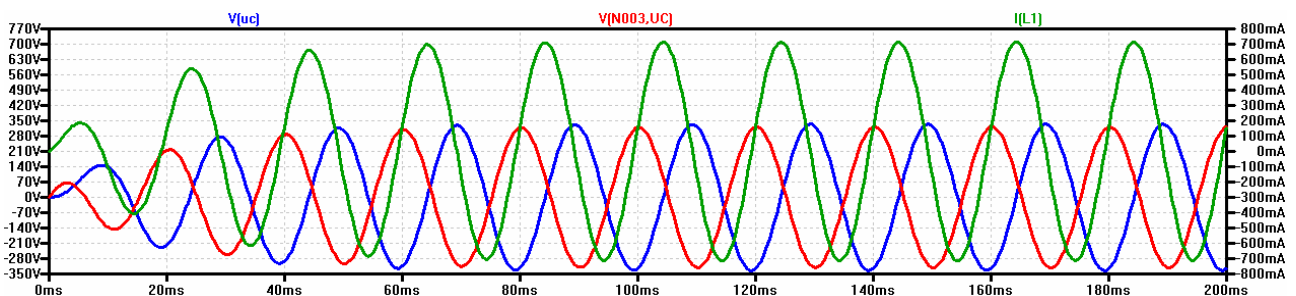
$$C = 1 / (\omega^2 \cdot L) = 1 / ((2 \cdot \pi \cdot 50)^2 \cdot 1,492) = 6,79 \cdot 10^{-6}\text{F} = 6,79\mu\text{F}$$

Nyní zapojíme rezonanční kondenzátor do série s cívkou statoru a přes regulační autotransformátor připojíme do sítě. Zároveň měříme proud. Pomalu zvyšujeme napájecí napětí a zároveň sledujeme proud tekoucí elektromotorem. Jakmile bude dosaženo jmenovité hodnoty proudu, odečteme hodnotu napájecího napětí. Zjistili jsme, že při proudu 0,51A bylo napájecí napětí 83V. Tímto jsme zjistili všechny informace potřebné pro vytvoření elektrického modelu motoru. Tento model máme na obr. 1:



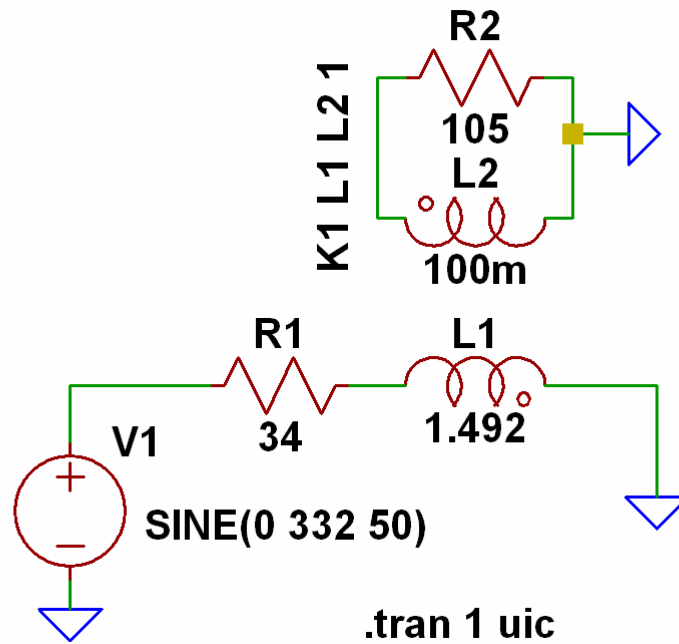
Obr. 1: Model motoru s rezonančním kondenzátorem

Indukované ztráty jsou v modelu na obr. 1 reprezentovány rezistorem R2. Naším úkolem bude zvolit velikost R2 tak, aby při amplitudě napětí V1  $83 \cdot \sqrt{2} = 117V$  protékal motorem proud o amplitudě  $0,51 \cdot \sqrt{2} = 0,72A$ . Na obr. 2 se můžete podívat na průběh proudu, napětí na kondenzátoru a na cívce. Poznamenejme, že v rezonanci se obě amplitudy napětí sobě rovnají s opačnými znaménky. Z obrázku je zřejmé, že jsme se téměř trefili.



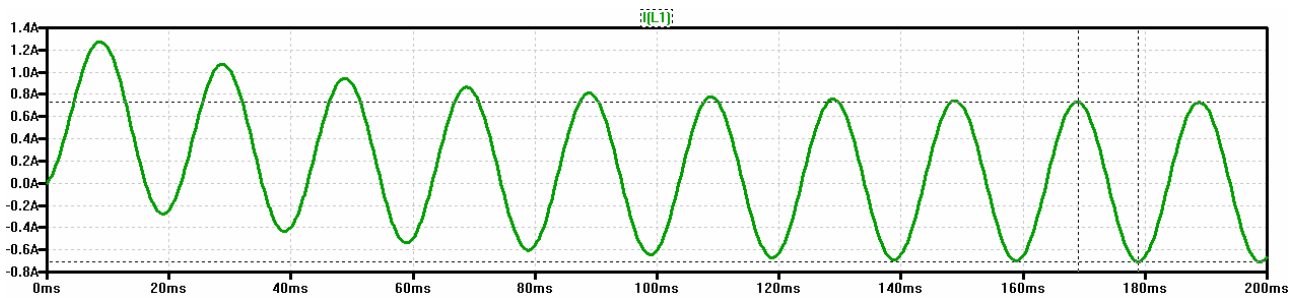
Obr. 2

Pro kontrolu ještě náš model připojíme k síťovému napětí bez kondenzátoru a změříme amplitudu proudu:

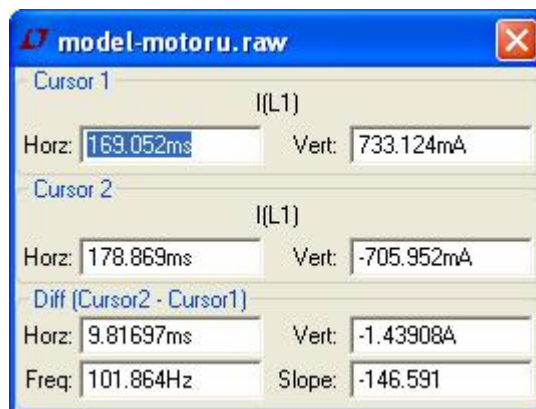


Obr. 3: Model motoru

Zvolili jsme amplitudu napětí 332V ( $235 \cdot \sqrt{2}$ ) a očekáváme, že naměříme proud o amplitudě  $0,5 \cdot \sqrt{2} = 0,707A$ .



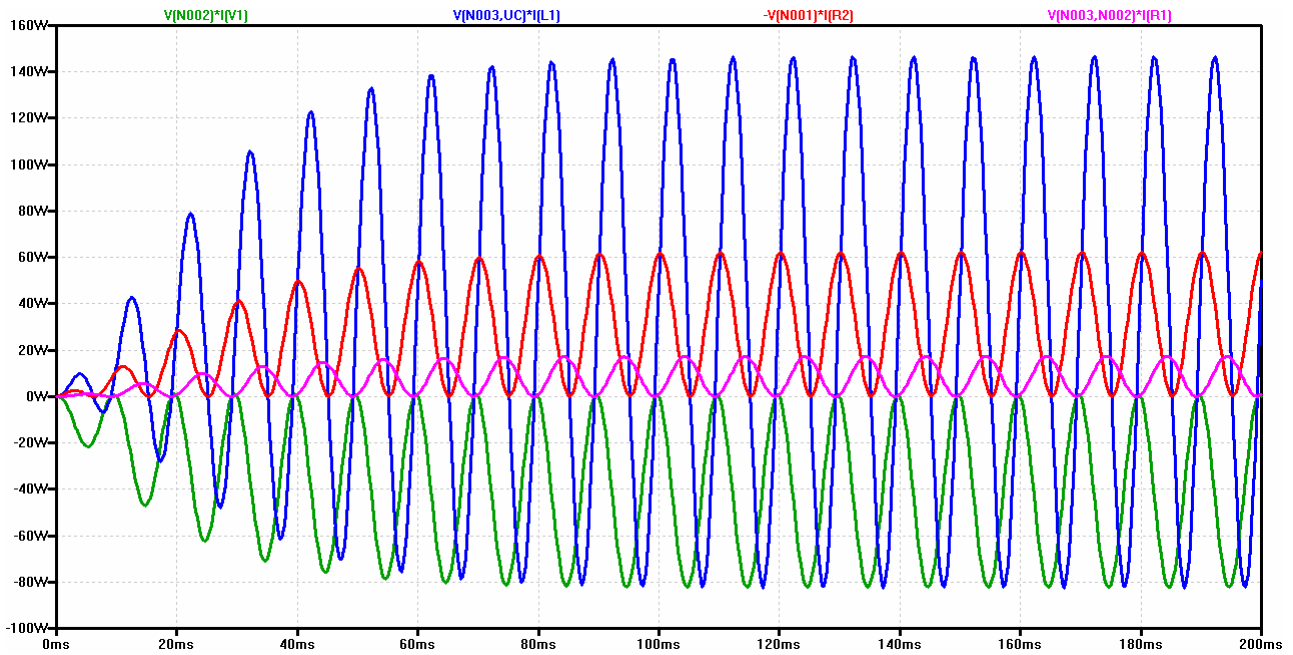
Obr. 4



Obr. 5: Amplitudy proudu

Z obr. 4 a 5 vidíme, že model je dostatečně přesný.

Nyní se již můžeme pustit do slíbené analýzy ztrát motoru. Použijeme k tomu opět model na obr. 1.



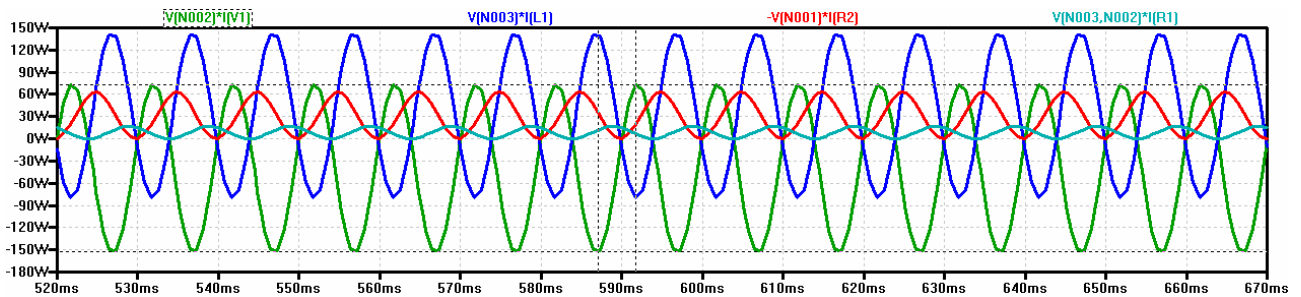
Obr. 6: Ztráty v motoru v rezonančním režimu

Výsledek vidíme na obr. 6. Zelená představuje příkon zdroje, modrá energii cívky, červená indukované ztráty a fialová činné ztráty vinutí statoru.

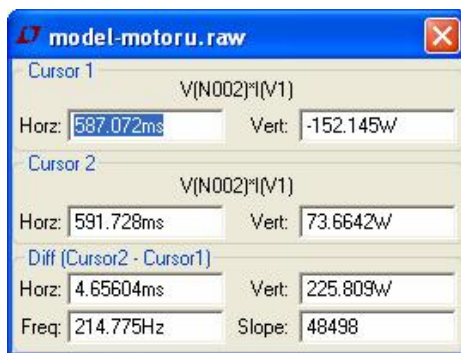


Obr. 7: Příkon motoru v rezonančním režimu

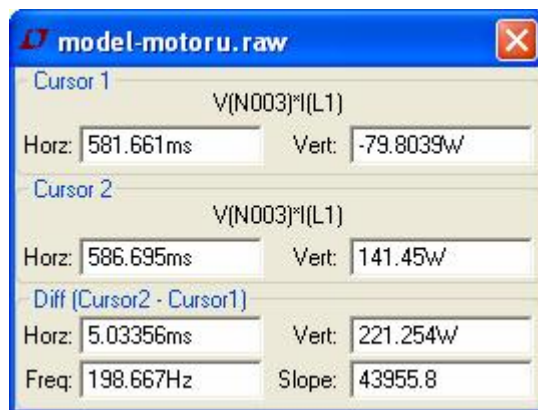
Nyní se vrátíme k modelu na obr. 2 a porovnáme simulace ztrát:



Obr. 8: Ztráty v motoru bez kondenzátoru

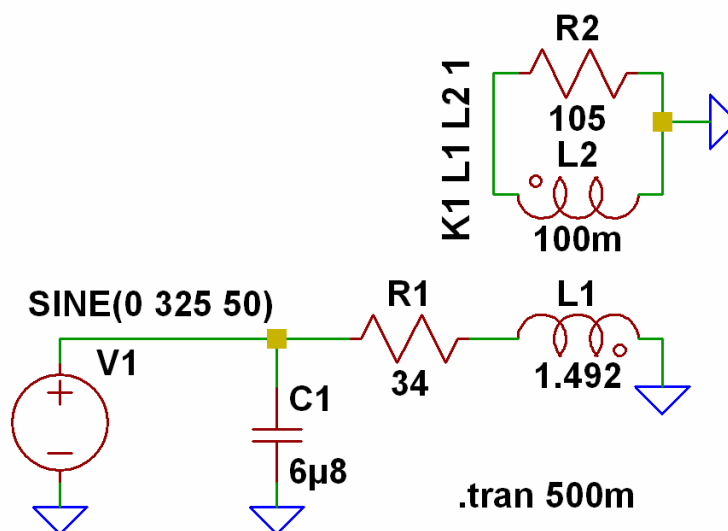


Obr. 9: Příkon zdroje

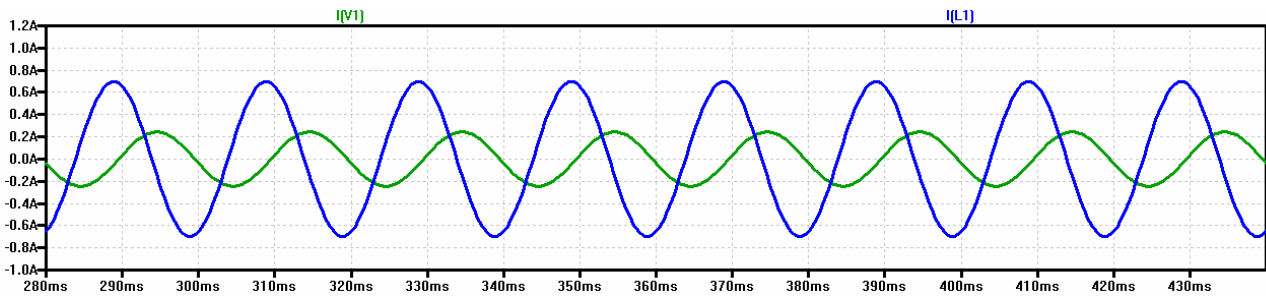


Obr. 10: Induktivní ztráty

Porovnáme-li obr. 7 a 9 vidíme výhody rezonančního řízení z hlediska úspory energie. Stejných úspor energie dosáhneme i při paralelní rezonanci. Výhodou paralelní rezonance je fakt, že nemusíme snižovat napájecí napětí, ale můžeme motor s paralelním kondenzátorem napájet přímo síťovým napětím:



Obr. 11: Model motoru s kompenzací účinníku

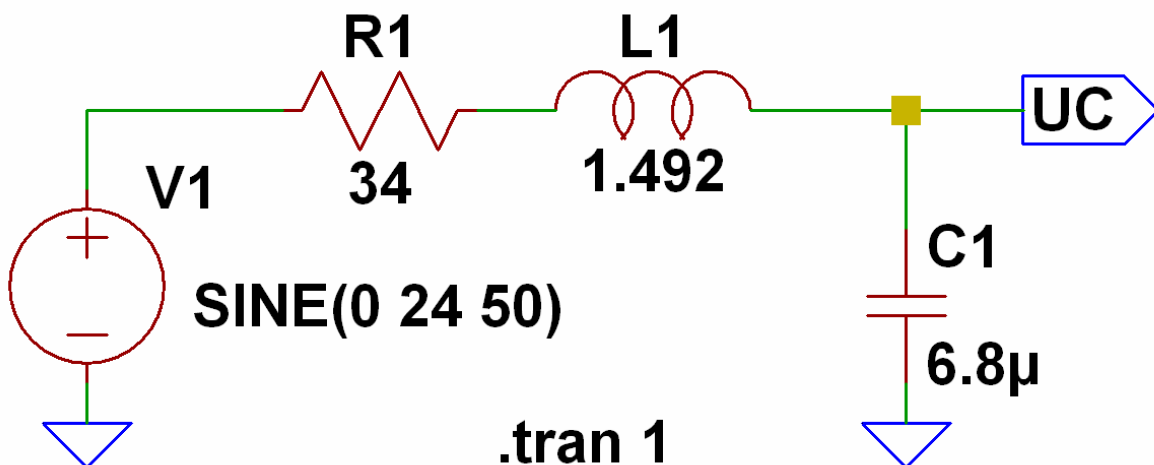


Obr. 12: Průběhy proudů při paralelní rezonanci

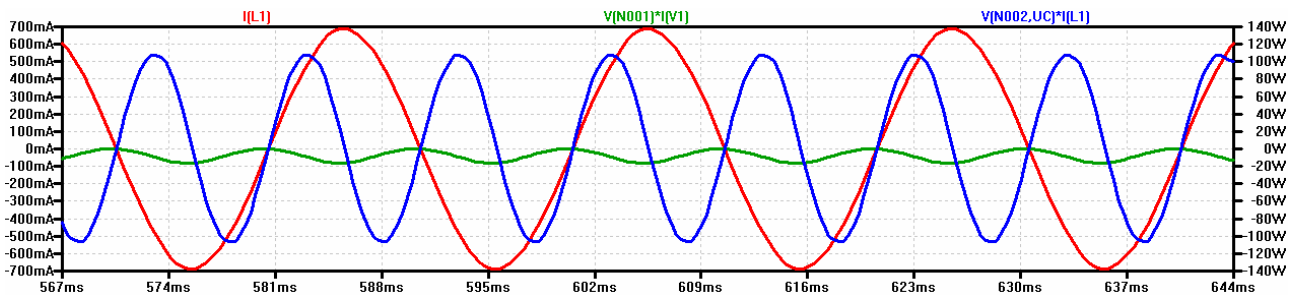
Na obr. 12 můžete vidět, že proud odebíraný ze zdroje je menší než proud protékající cívkou.

Na konci této části článku se ještě podíváme, jak by klesl příkon ze zdroje při zachování jmenovitého proudu, nebýt indukovaných ztrát. Provedeme to tak, že na obr. 1 zrušíme odpor R2 a sekundární cívku L2 a snížíme napájecí napětí tak, abychom dosáhli jmenovitého proudu. Amplitudu napájecího napětí vypočítáme jednoduše tak, že činný odpor vinutí R1 vynásobíme amplitudou jmenovitého proudu:

$$V1_s = 34 * 0,5 * \sqrt{2} = 24V$$



Obr. 13: Model motoru bez indukovaných ztrát



Obr. 14

Výsledek simulace vidíme na obr. 14: Zelená čára představuje příkon ze zdroje, modrá je výkon, který pulzuje na cívce a červeně je zakreslen průběh proudu.

Na základě obr. 14 můžeme učinit následující závěry:

- Proud v rezonanci odpovídá napájecímu napětí a činnému odporu v rezonančním obvodu.
- Indukované ztráty podstatně snižují účinnost rezonančního řízení.
- Pro rezonační řízení se z hlediska účinnosti méně hodí indukční motory než např. BLDC motory.
- Pro konstrukci rezonačního motoru nejsou vhodné křemíkové plechy, ale je třeba zvolit takový materiál, který má malé (nejlépe nulové) ztráty vířivými proudy.

Nakonec se podíváme na činitel jakosti. U sériového rezonančního obvodu je činitel jakosti  $Q$  definován poměrem induktivní reaktance  $\omega L$  při rezonančním kmitočtu a sériového odporu  $R$ :

$$Q = \omega L / R \quad (4)$$

Pokud nebudeme počítat se ztrátami vířivými proudy, bude  $Q$  v našem příkladu

$$Q = 468,77/34 = 13,79$$

Při návrhu rezonančního řízení však s nimi počítat musíme, proto činný odpor musíme vypočítat z napětí v rezonanci při jmenovitém proudu, tj. v našem případě  $R = 83V/0,51A = 162,75\Omega$ . Činitel jakosti potom bude podstatně menší:

$$Q = 468,77/162,75 = 2,88$$

Nyní se budeme zabývat rezonancí v trojfázovém motoru. Změřili jsme parametry u indukčního motoru s kotvou nakrátko o výkonu 1,5kW: proud fáze  $I_f = 3,82A$ ; napětí fáze  $U_f = 239V$  a odpor fáze  $R = 14,6\Omega$ .

Pomocí vztahů (1), (2) a (3) opět vypočítáme indukčnost a rezonanční kapacitu pro frekvenci sítě 50Hz:

$$Z = U_f / I_f = 239 / 3,82 = 62,5\Omega$$

$$X_L = \sqrt{(Z^2 - R^2)} = \sqrt{(62,5^2 - 14,6^2)} = 60,77\Omega$$

$$L = X_L / \omega = 60,77 / (2 \cdot \pi \cdot 50) = 60,77 / 314,159 = 0,193H$$

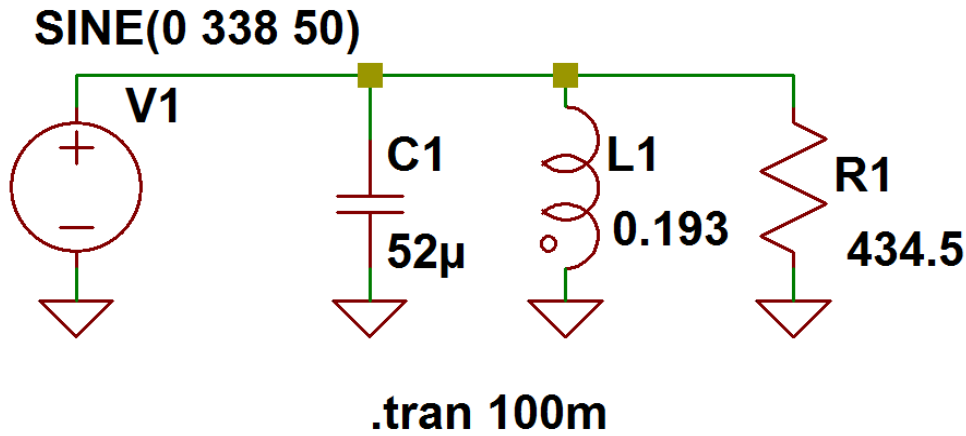
$$C = 1/(\omega^2 \cdot L) = 1/((2 \cdot \pi \cdot 50)^2 \cdot 0,193) = 52,5 \cdot 10^{-6}F = 52,5\mu F$$

Potom jsme k jedné fázi motoru připojili paralelně kondenzátor o kapacitě 52 $\mu$ F (složením 40 $\mu$ F + 12 $\mu$ F) a opět změřili proud fáze, který v tomto případě klesl na 0,55A.

Než budeme pokračovat ve výpočtech, musíme udělat odbočku k paralelní rezonanci. Pro odvození rovnice podmínky rezonance je výhodné použít náhradní schéma s paralelním rezistorem (obr. 15). Potom snadno odvodíme, že platí vztah (3), stejně jako u sériové rezonance. V tomto případě je však činitel jakosti definován následovně:

$$Q = R / \omega L \quad (5)$$

kde  $R$  je paralelní odpor.



Obr. 15: Paralelní rezonanční obvod

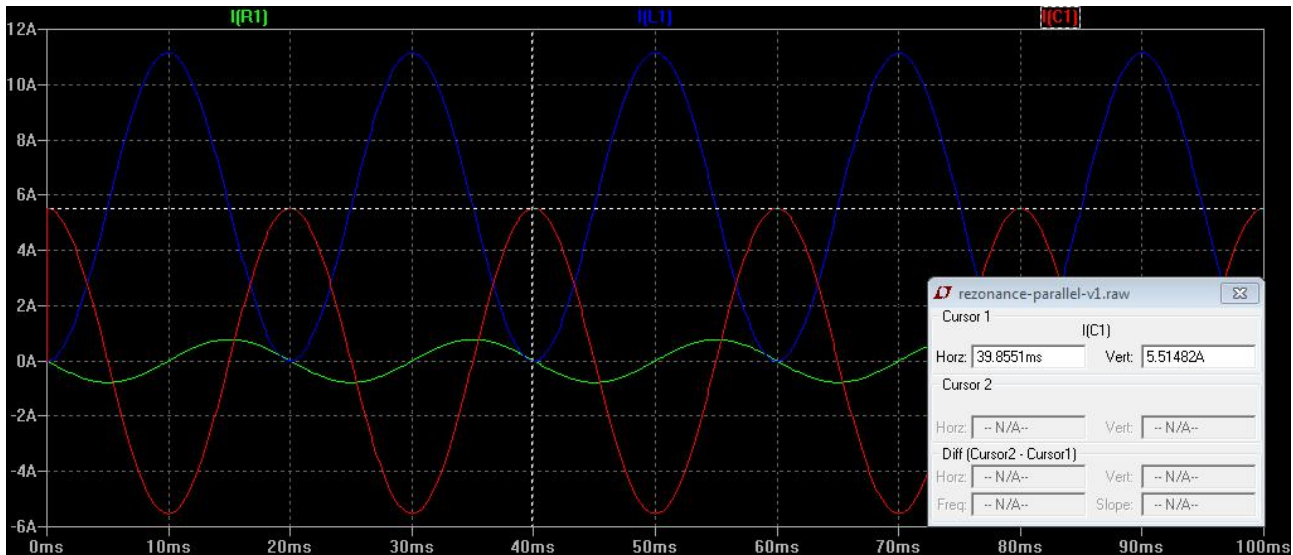
Pokud uvažujeme ideální paralelní rezonanční obvod, bude hodnota paralelního rezistoru rovna nekonečnu a pro absolutní hodnotu impedance bude platit:

$$Z = \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} \quad (6)$$

Když bude splněna rovnice (3), bude se impedance rovnat nekonečnu. Z toho plyne, že impedance paralelního RLC obvodu v rezonanci se rovná paralelnímu odporu.

Vraťme se nyní k našim výpočtům. Hodnota paralelního odporu tedy bude:

$$R = 239\text{V}/0,55\text{A} = 434,5\Omega$$

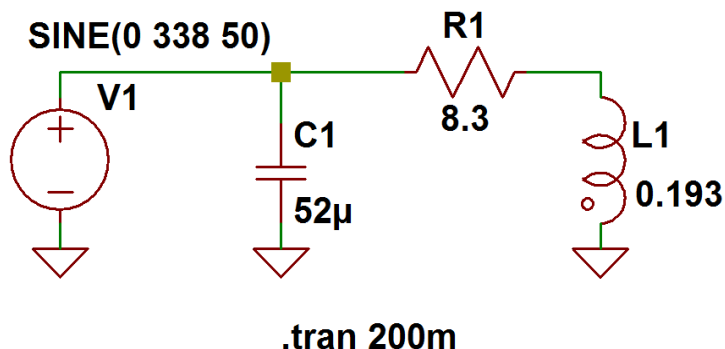


Obr. 16: Simulace paralelního rez. obvodu

Pomocí simulace se můžeme přesvědčit, že amplituda proudu paralelním odporem je  $0,55 \cdot \sqrt{2} = 0,777\text{A}$ . Amplituda proudu kondenzátorem je  $5,51\text{A}$ . Ten zhruba odpovídá amplitudě změřeného proudu:  $3,82 \cdot \sqrt{2} = 5,4\text{A}$ .



V praxi však cívky mívají sériový odpor způsobený činným odporem vinutí, proto se často používá sério-parallelní zapojení:



Obr. 17: Paralelní rezonanční obvod se sériovým odporem

V tomto případě však musíme paralelní odpor  $R_p$  přepočítat na sériový odpor  $R_s$ . Mezi  $R_p$  a  $R_s$  platí vztah

$$R_p = R_s \cdot (1 + Q^2) \quad (7)$$

Odkud

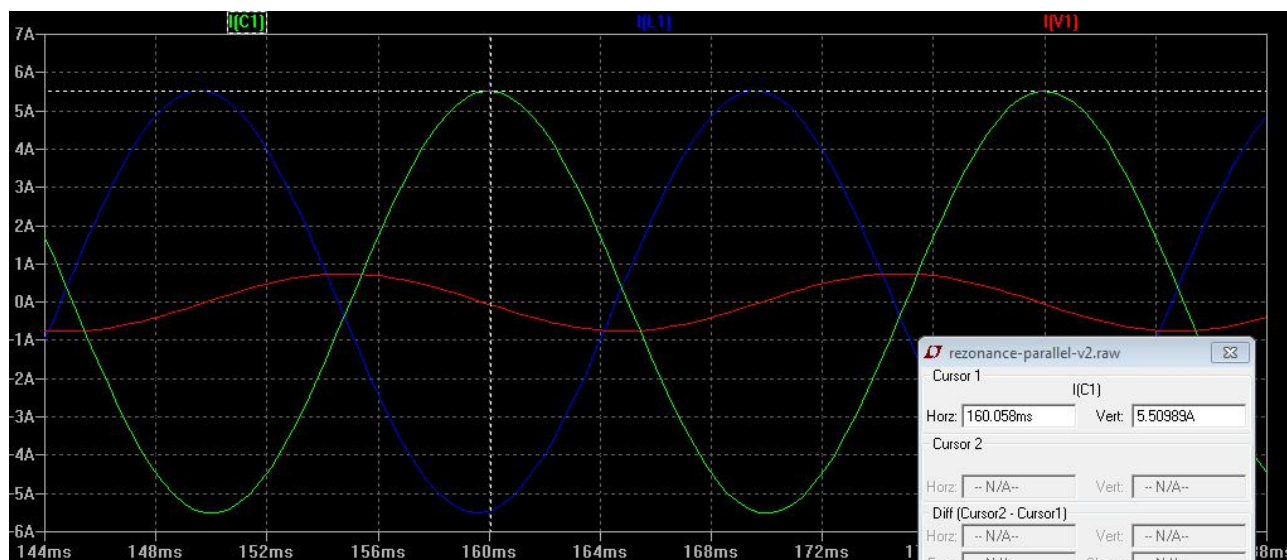
$$R_s = R_p / (1 + Q^2) \quad (8)$$

Než tedy vypočítáme  $R_s$ , musíme určit velikost  $Q$  podle (5):

$$Q = R / \omega L = 434,5 / (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,193) = 7,166$$

$$R_s = R_p / (1 + Q^2) = 434,5 / (1 + 7,166^2) = 8,3\Omega$$

Výsledek opět ověříme pomocí simulace:



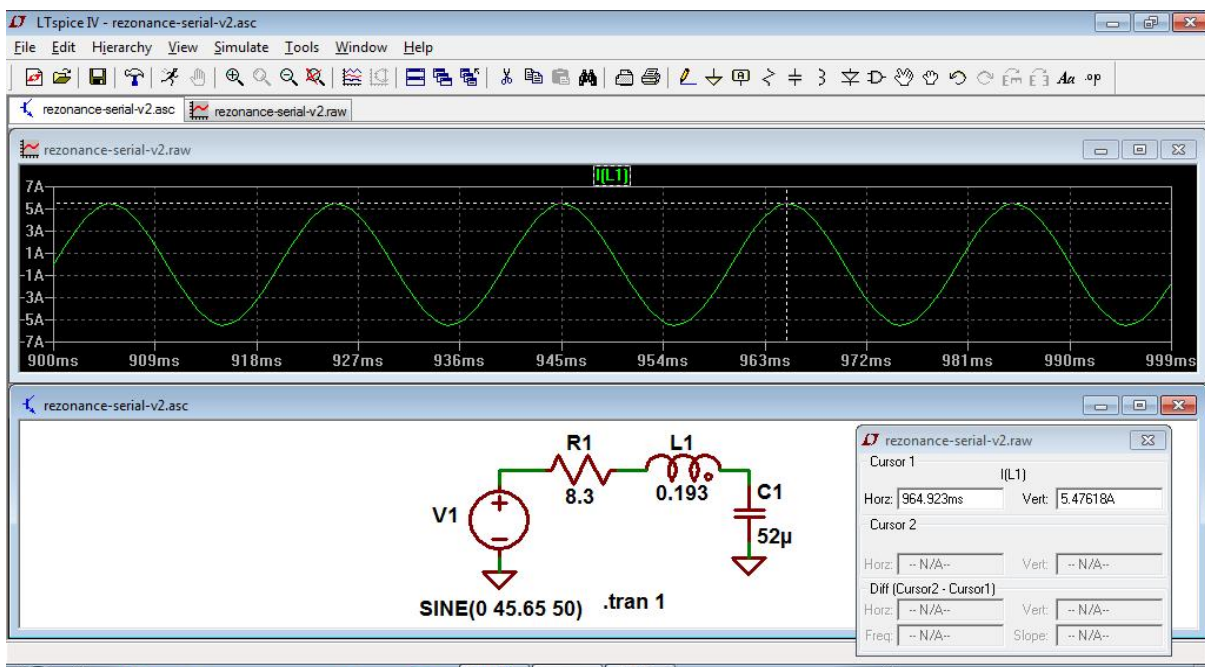
Obr. 18: Simulace paralelního rez. obvodu se sériovým odporem

Na obr. 18 vidíme, že amplituda proudu kondenzátorem je opět cca 5,5A.

Přemýšlivému čtenáři jistě neuniklo, že tady něco nehraje: Změřený odpor fáze byl 14,6Ω, avšak vypočtená hodnota ekvivalentního sériového odporu  $R_s = 8,3\Omega$ . Nesmíme zapomínat na to, že se nejedná o prostou cívku, ale o motor, kde dochází ke složitým interakcím. Pokud bychom změřili indukčnost jedné fáze, naměřili bychom také jinou hodnotu, než jsme zjistili výpočtem. (Pravděpodobně bychom naměřili vyšší indukčnost.) To však vůbec nevadí. Důležité je, že vinutí motoru se chová jako indukční cívka a tudíž lze motor provozovat v rezonančním režimu.

Nakonec ještě vyzkoušíme simulaci sériového rezonančního obvodu s výše vypočtenými parametry. Víme, že v sériovém rezonančním obvodu je pouze činný odpor, proto můžeme amplitudu napájecího napětí vypočítat následovně:

$$U_s = I_s \cdot R_s = 5,5 \cdot 8,3 = 45,65V$$



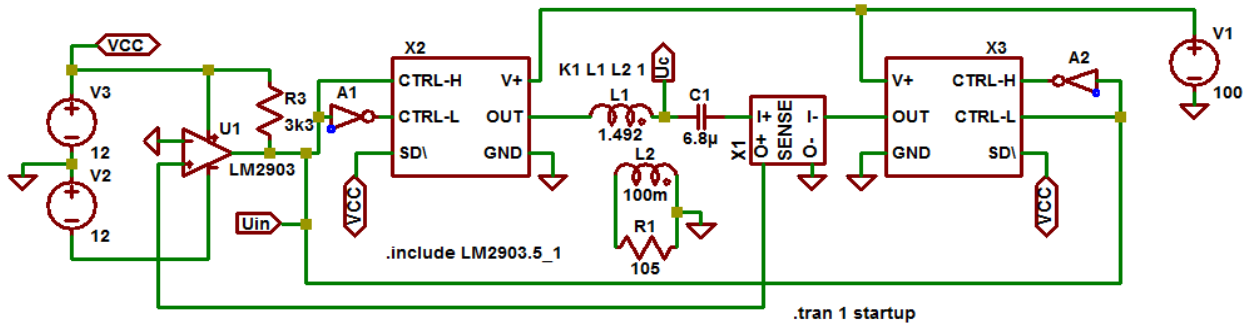
Obr. 19: Simulace sériového rezonančního obvodu

Na obr. 19 máme kopii obrazovky ze simulace našeho sériového rezonančního obvodu. Všimněte si, že amplituda proudu je 5,47A, což opět zhruba odpovídá efektivní hodnotě 3,82A, kterou jsme změřili. V tomto případě jsme pro vybuzení potřebného proudu potřebovali pouhých cca 46V, zatímco pro jednofázový motor jsme potřebovali téměř dvojnásobek - 83V.

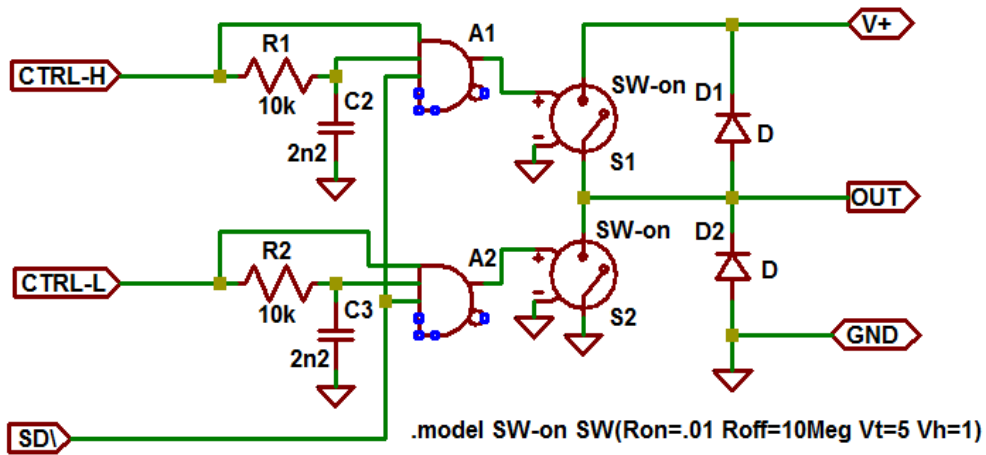
Elektrické vlastnosti motorů jsme již dostatečně prozkoumali na to, abychom mohli provést simulaci rezonančního řízení. Začneme jednofázovým motorem. Použijeme řízení pomocí úplného H-můstku. Abychom se dobrali alespoň relativně reprezentativních výsledků, použijeme ideální spínače. Na obr. 20 máme schéma zapojení. Bloky X2, X3 jsou přepínače, jejichž schéma zapojení je na obr. 21. Přepínače obsahují ideální spínače S1, S2, ideální diody D1, D2 a hradla A1, A2 pro řízení zpoždění a vypínání signálem /SD.

Rezonanční řízení trojfázového motoru máme na obr. 23. Jsou zde použity stejné přepínače jako u jednofázového řízení (bloky X1 – X3). Blok X4 představuje měřicí transformátor proudu a X5 je

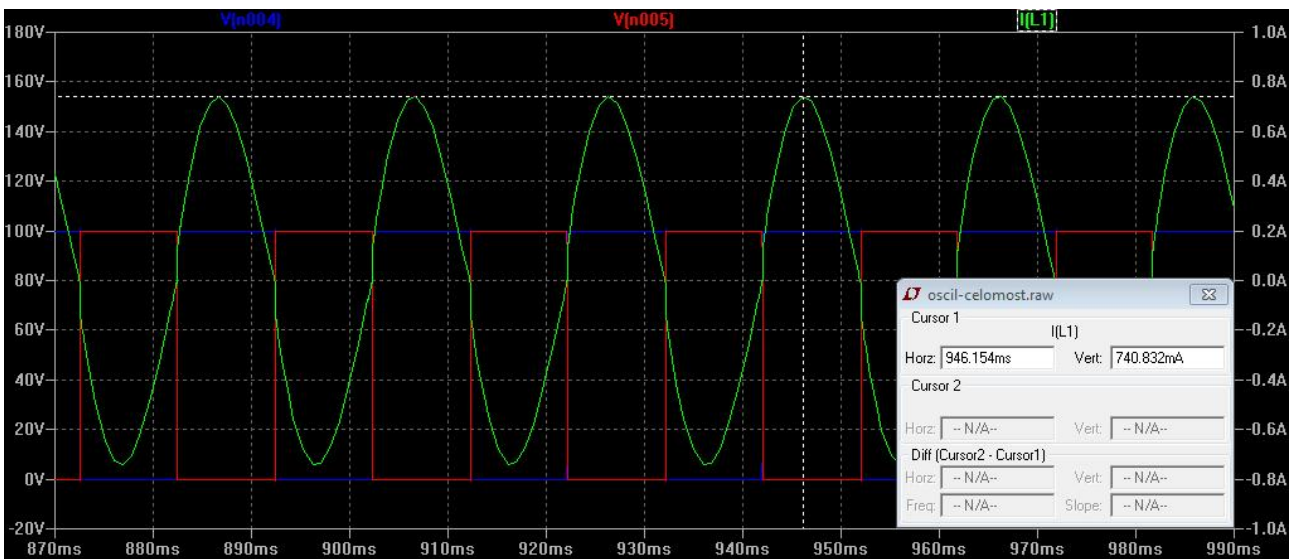
posouvač fází, jehož vnitřní schéma najdete na obr. 24. Na obr. 25 je výsledek simulace, kde jsou zobrazeny proudy jednotlivých fází a napětí na výstupu jednoho z přepínačů.



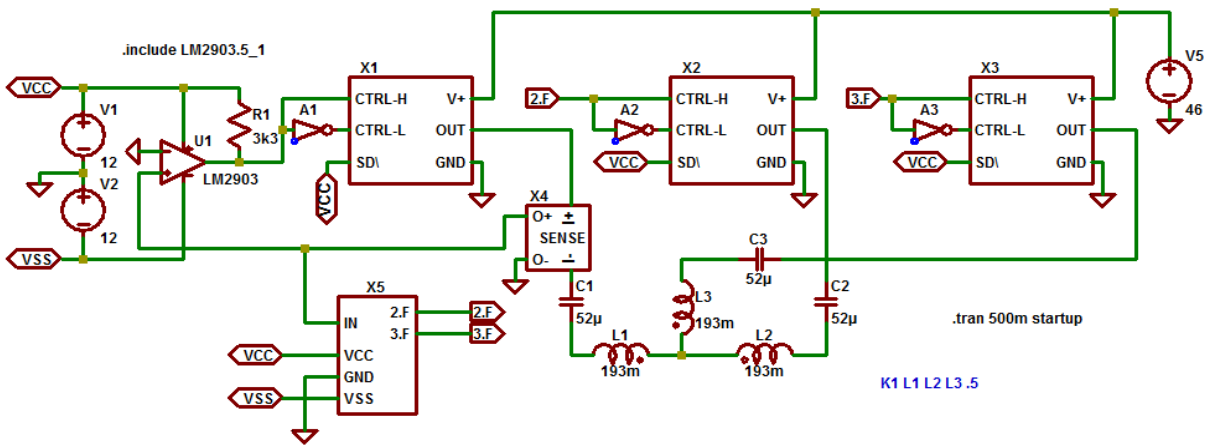
Obr. 20: Celomůstkové řízení jednofázového motoru



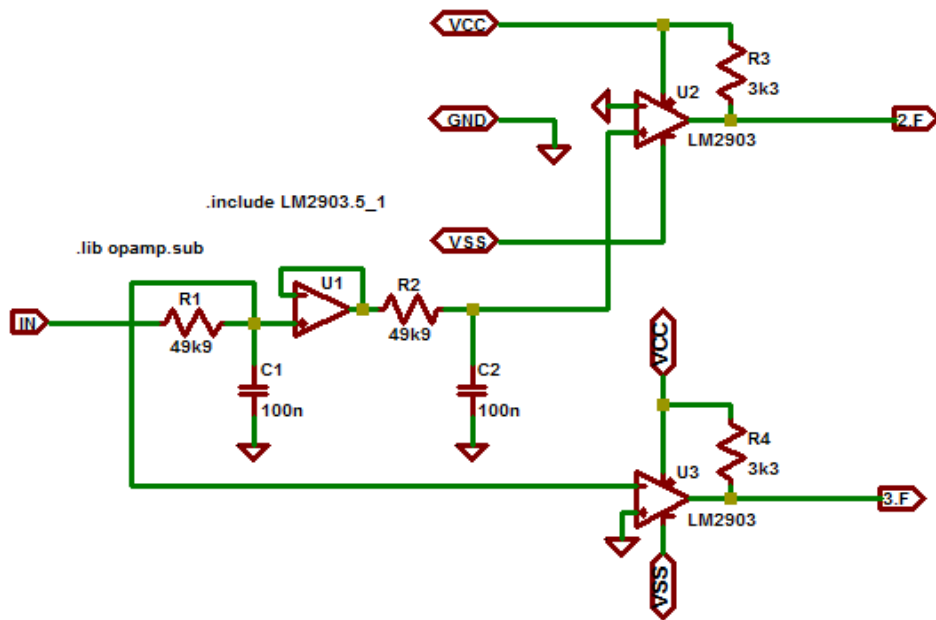
Obr. 21: Ideální přepínač



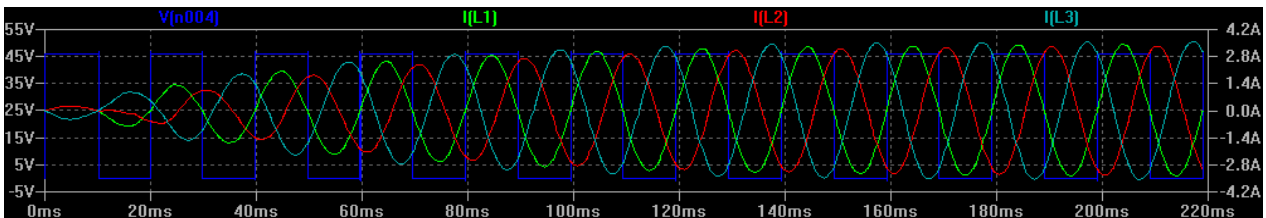
Obr. 22



Obr. 23: Rezonanční řízení trojfázového motoru



Obr. 24: Obvod pro vytvoření fázových posunů po 120°



Obr. 25