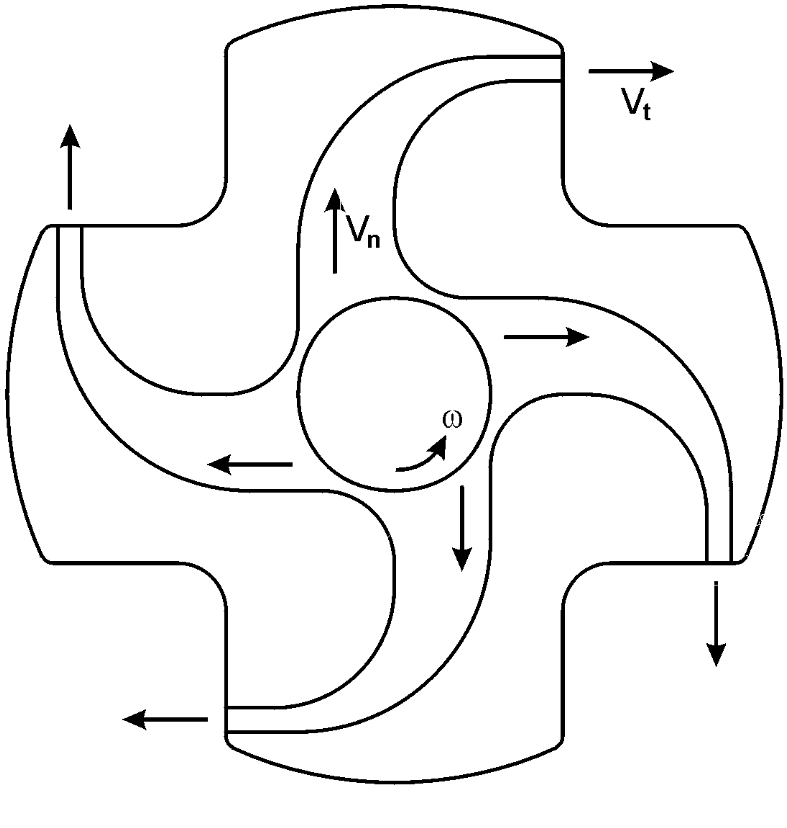
Odstředivý tryskový motor

(c) Ing. Ladislav Kopecký

Inspirací pro tuto konstrukci hydromotoru byl legendami opředený Clemův motor a práce Viktora Schaubergera. Od konstrukcí obou pánů se liší především svojí jednoduchostí a snadnou vyrobitelností (samozřejmě za použití modeních technologií, jako je vypalování tvarů laserem). Hlavní část motoru tvoří rotor, který je zobrazen na obrázku dole. Otvorem uprostřed vtéká do rotoru pracovní médium, kterým je nějaká kapalina, např. voda nebo olej. Tato kapalina dále proudí do čtyř zužujících se kanálů. Během cesty k výstupním tryskám se směr kapaliny postupně otočí o 90 stupňů (řečeno exaktně pomocí fyálních pojmů: vektor rychlosti kapaliny se otočí…). Voda vytéká z tryek rychlostí v_t a reakční silou uvádí do pohybu rotor. Tolik stručně na úvod. Dále si připomeneme fyzikální jevy, které při činnosti tohoto motoru vstupují do hry.



Obr. 1. Rotor odstředivého motoru

Začneme rovnicí kontinuity. Zde platí rovnice

$$S_1.v_1 = S_2.v_2 = I_1 = I_2 \tag{1}$$

Rovnice (1) znamená, že po změně průřezu potrubí se průtok I nezmění. Změní se však rychlost proudění kapaliny. Tento jev zná každý, kdo alespoň jednou v životě kropil hadicí zahrádku. Nyní se podívejme, jak změna průřezu ovlivní kinetickou energii vody a výkon vodního proudu. Kinetická energie elementu objemu dV vody proudící potrubím o průřezu S je dána rovnicí

$$dW_k = ½.dm.v^2 = 1/2.\rho.dV.v^2 = 1/2.\rho.S.dl.v^2 \qquad (2)$$

Jestliže rovnici (2) vydělíme elementem času dt, dostaneme vztah pro výkon vodního proudu:

$$dW_k/dt = P = 1/2.\rho.S.dl/dt.v^2 = 1/2.\rho.S.v^3 \qquad (3)$$

Z rovnice (1) vyplývá, že když například snížíme průřez potrubí na polovinu, zvýší se rychlost proudění kapaliny na dvjnásobek. Z rovnice (3) však plyne, že snížením průřezu potrubí na polovinu se výkon vodního proudu se zčtyřnásobí.
Pro úplnost vyjádříme vztah pro výkon vodního proudu ještě pomocí tlaku p a průtoku I. Podle Bernoulliovy rovnice pro dynamický tlak platí vztah

$$p_d = 1/2.\rho.v^2 \qquad (4)$$

takže rovnici (3) můžeme přepsat do tvaru

$$P = p_d.S.v = p_d.I \qquad (5)$$

I pomocí vztahu (5) se můžeme přesvědčit, že snížením průřezu na polovinu se výkon vodního proudu zčtyřnásobí. Víme totiž, že průtok zůstane nezměněn, ale zdvojnásobí se rychlost v a podle (4) bude tlak čtyřnásobný.

Nyní naši pozornost zaměříme na reakční sílu proudu vody, který protéká zakřiveným potrubím (jako například v rotoru hydromotoru zobrazeném výše).
Uvažujme tedy obecné zakřivené potrubí, které nemusí mít stálý průřez. Na začátku zakřiveného úseku rychlost vody vyjádříme vektorem $\mathbf{v}_1$, na jeho konci vektorem $\mathbf{v}_2$.
Na začátku sledovaného úseku je hybnost elementu vody

$$\mathbf{p}_1 = dm.\mathbf{v}_1 = \rho.dV.\mathbf{v}_1 = \rho.S_1.dl.\mathbf{v}_1 = \rho.S_1.v_1.dt.\mathbf{v}_1 = \rho.I.dt.\mathbf{v}_1$$

Analogicky na konci zakřivení bude mít stejně velký element vody hybnost $\mathbf{p}_2 = dm.\mathbf{v}_2 = \rho.I.dt.\mathbf{v}_2$.
Změna hybnosti bude

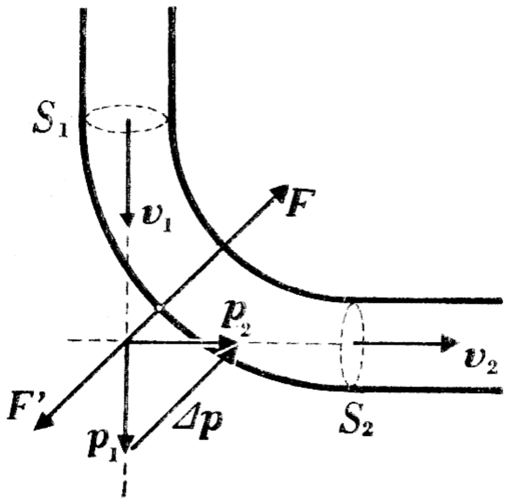
$$d\mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \rho.I.dt.(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) \qquad (6)$$

Podle druhého pohybového zákona je časvá změna hybnosti co do velikosti i směru rovná vnější působící síle:

$$d\mathbf{p}/dt = F = \rho.I.(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) \qquad (7)$$

Výslednice vnějších sil působících v daném objemu na proudící tekutinu se rovná vektorovému rozdílu hybností tekutiny, která z tohoto objemu vystoupí a tekutiny, jež do tohoto objemu vstoupí, za jednotku času. Síla F', kterou podle principu akce a reakce působí proudící tekutina v zakřivené trubici na stěny, je stejně velká, avšak opačného směru.
Rychlosti $\mathbf{v}_1$ a $\mathbf{v}_2$ ve vztahu (7) jsou obecně vektory. My si všimneme dvou speciálních případů. Nejdříve budeme předpokládat, že průřez potrubí je konstantní a že vektory rychlostí svírají pravý úhel. V tomto případě budou absolutní velikosti obou vektorů rychlosti stejně velké a výsledná síla F bude s oběma vektory svírat úhel o velikosti 45° a absolutní velikost výsledného vektoru rychlosti $(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)$, který má stejný směr jako vektor síly F, bude $\sqrt{(2)}$-krát

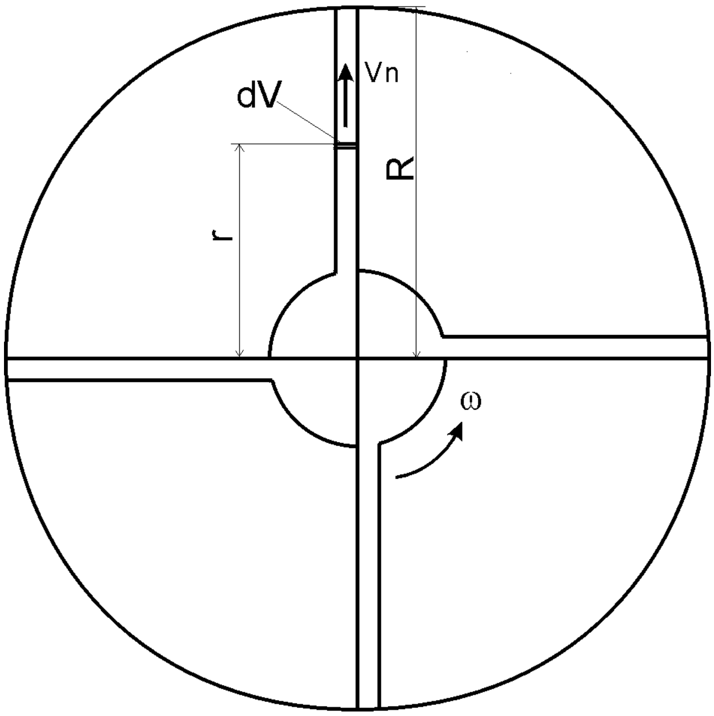
větší než absolutní velikost obou vektorů rychlosti. Druhý speciální případ je ten, kdy máme rovné zužující se potrubí. V tomto případě mají oba vektory rychlosti stejný směr, avšak podle rovnice kontinuity (1) se změní hodnota rychlosti v_2.



Obr. 2. Ilustrace vzniku reakční síly u zakřiveného potrubí.

Nyní by již mělo být zřejmé, proč byla zvolena právě taková konstrukce rotoru odstředivého motoru, jaká je zobrazena na obr. 1.

Proti reakční síle kapaliny proudící z trysek však působí setrvačné síly vody proudící zužujícími se kanály. V tomto případě se musí vynaložit určitá energie k tomu, aby byl vodě, proudící k tryskám po obvodu rotoru, udělen rotační pohyb. Nyní si odvodíme vztah pro výkon, který se spotřebuje na roztočení vody v rotoru v závislosti na rychlosti v_n proudění kapaliny rotorem. Představme si pro jednoduchost, že kanály rotoru mají konstantní průřez a že jsou rovné až k obvodu rotoru (obr. 2).



Obr. 2. Ilustrace k odvození ztrátového výkonu.

Označme poloměr rotoru jako R. Předpokládejme, že rotor se otáčí úhlovou rychlostí ω. Dále označme průřez kanálu, jímž proudí kapalina jako S a uvažujme elementární objem dV kapaliny v kanálu dV = S.dr, kde dr je element délky. Tento objem má hmotnost dm = ρ.dV, kde ρ [kg/m^3] je měrná hmotnost. Dále předpokládejme, že tento element objemu se nachází ve vzdálenosti r od osy otáčení rotoru. Potom kinetická energie elementu hmotnosti dm je

$$W_{ki} = 1/2.dm.v_n^2 = 1/2.dm.r^2.\omega^2 \tag{8}$$

Jestliže se element hmotnosti dm posune k ústí kanálu o element délky dr, vzroste jeho kinetická energie o hodnotu

$$dW_{ki} = dm.r.\omega^2.dr \tag{9}$$

Předpokládáme-li, že kapalina urazí elementární dráhu dr za element času dt, spotřebuje se element výkonu

$$dP = dW_{ki}/dt = dm.r.\omega^2.dr/dt$$

$$dP = dm.r.\omega^2.v_n \tag{10}$$

Dále pro zjednodušení předpokádejme, že kanál začíná u osy rotace (r = 0). Jestliže poloměr rotoru je R, potom celkový výkon P_n, který je třeba pro udržení úhlové rychlosti ω rotoru, jímž protéká radiálně kapalina rychlostí v_n, je dán integrálem elementárních výkonů dP v mezích (0, R) poloměru r.

$$P_n = \int_0^R dP_n = r.\omega^2.v_n.dm = r.\omega^2.v_n.\rho.S.dr = \omega^2.v_n.\rho.S.[r^2/2]_0^R = 1/2.\omega^2.R^2.v_n.\rho.S$$

$$P_n = 1/2.\omega^2.R^2.v_n.\rho.S = 1/2.v_t^2.\rho.I \tag{11}$$

kde $v_t = \omega^2.R^2$ je obvodová rychlost rotoru, I = v_n.S je průtok a ρ je měrná hmotnost.

Ze vztahu (11) je tedy zřejmé, že **brzdný výkon, který se spotřebuje na roztočení kapaliny, není závislý na průřezu kanálků, jimiž radiálně protéká dané médium směrem k tryskám, ale pouze na průtoku I.**

V odstředivém motoru však působí i síly, které účinnost odstředivého motoru naopak zvyšují. Jsou to odstředivé síly. Tyto síly vytvářejí radiální tlak, který zvyšuje rychlost kapaliny proudící tryskami, čímž se zvyšuje také výtoková rychlost v_t média a tím i reaktivní síla pohánějící odstředivý motor. Pro odvození můžeme opět použít obr.2. Předpokládejme, že disk s radiálními kanály podle obr. 2 rotuje rychlostí ω. Na element objemu dV = S.dr kapaliny ve vzdálenosti r od osy rotace působí síla

$$dF = dm.a_n = \rho.dV.\omega^2.r = \rho.S.dr.\omega^2.r$$

kde S je průřez kanálu.

Element objemu dV v tomto místě působí tlak

$$dp = dF/S = \rho.dr.\omega^2.r$$

Celkový tlak ve vzdálenosti R od osy rotace disku je dán integrálem elementárních tlaků dp s proměnnou r v intervalu (0, R):

$$p = \int_0^R \rho.\omega^2.r.dr = \rho.\omega^2.[r^2/2]_0^R$$

$$p = 1/2.\rho.\omega^2.R^2 = 1/2.\rho.v_t^2 \quad (12)$$

Ze vztahu (12) je zřejmé, že tlak způsobený odstředivou silou se rovná dynamickému tlaku tekutiny proudící rychlostí, jež se rovná obvodové rychlosti $v_t = \omega^2.R^2$ rotujícího disku (obr. 2).

Nyní se pokusme alespoň přibližně určit rozdíl mezi ztrátovým výkonem P_n setrvačných sil a výkonem P_o odstředivých sil.
Nejdříve určíme minimální reakční sílu tekutiny vytékající z trysek. Vektory rychlostí $\mathbf{v}_n$ a $\mathbf{v}_t$ tekutiny jsou na sebe kolmé. To znamená, že absolutní hodnota výsledného vektoru ($\mathbf{v}_t - \mathbf{v}_n$) bude vždy větší než absolutní hodnota kteréhokoli z obou vektorů. Neuděláme tedy chybu, když rychlost $\mathbf{v}_n$ zanedbáme. Pro reakční sílu F_r na základě (7) potom platí:

$$F_r \geq \rho.I.v_t = \rho.S.v_t^2 = \rho.S.\omega^2.R^2 \quad (13)$$

Kroutící moment vyvolaný odstředivou resp. reakční silou je $M_r = F_r.R$ a výkon

$$P_r = M_r.\omega = F_r.R.\omega$$

Po dosazení za F_r podle (13) pro výkon vyvolaný odstředivou silou dostaneme následující vztah

$$P_r \geq \rho.S.\omega^3.R^3 \quad (14)$$

Za předpokladu, že radiální kanály mají stálý průřez, můžeme psát, že $v_n = v_t = R.\omega$. Vztah (11) se nám potom změní na tvar

$$P_n = 1/2.\rho.S.\omega^3.R^3$$

a výsledný výkon rotoru, poháněného pouze odstředivou silou, bude

$$P_o = P_r - P_n \geq 1/2.\rho.S.\omega^3.R^3 \quad (15)$$

Příklad 1: $R = 0{,}15m$, $\omega = 300$, $S = 4\ cm^2$, $\rho = 1000\ kg/m^3$, $P_o = ?$, $p = ?$, $v_t = ?$ $M = ?$ $F = ?$

$v_t = \omega.R = 45\ m/s$

$P_o \geq 1/2.\rho.S.\ v_t^3 = 0{,}5.1000.0{,}0004.45^3 = 18{,}225\ kW$

$P = 1/2.\rho.v_t^2 = 500.45^2 = 1.012.500\ Pa$

$M = P/\omega = 18225/300 = 60{,}75\ Nm$

$F = M/R = 60{,}75/0{,}15 = 405\ N$

Nakonec se zmíníme o vhodných aplikacích a konstrukcích. První, co nás napadne, je náhrada vodních turbín. Další možností je zvolit konstrukční uspořádání, podobné tomu, které použil Richard Clem, tj. pohánět odstředivý motor čepadlem tak, aby po roztočení byla celá soustava samochodná. Dále je možné jít cestou Viktora Schaubergera a vytvořit vlastně umělé tornádo. Touto zajímavou možností se nyní budeme zabývat podrobněji. Celé zařízení by mělo být uzavřeno ve vodotěsné nádobě, nejlépe kruhového tvaru, kde rotor bude umístěn vertikálně tak, aby volné sání bylo umístěno dole a z opačné strany byl připojen motorgenerátor, který, jak již vyplývá z názvu, bude plnit dvě funkce: spouštěcí jako motor a pracovní jako elektrický generátor. Naším úkolem nyní bude, určit minimální průměr sacího otvoru rotoru. Pro jednoduchost předpokládejme, že normální atmosferický tlak je 100 kPa. Tomuto tlaku odpovídá dynamický tlak na vstupu do rotoru:

$$p = 1/2.\rho.v_1^2 = 100.000\ Pa,$$

odkud vypočítáme rychlost v_1, kterou vtéká pracovní médium do rotoru.

$$v_1 = \sqrt{2p / \rho} = \sqrt{2.100000 / 1000} = \sqrt{200} = 14{,}14\ m/s$$

Průřez vstupního otvoru vypočítáme podle rovnice kontinuity (1).

$$S_1 = S_2.v_2/v_1\ ,$$

kde $v_2 = v_t$ a S_2 je celkový průřez všech trysek po obvodu rotoru. Odtud již snadno určíme průměr.

Příklad 2: vt = 45 m/s, $S_2 = 4\ cm^2$, $S_1 = ?$, $D_1 = ?$ $I = ?$ $P_1 = ?$ (P_1 je výkon proudu kapaliny vstupující do rotoru.)

$$S_1 = S_2.v_2/v_1 = 4.45/14{,}14 = 12{,}73\ cm^2$$

$$D = \sqrt{4.S/\pi} = \sqrt{4.12{,}73/\pi} = 4\ cm$$

$$I = S_1.v_1 = 0{,}001273.14{,}14 = 0{,}018\ m^3/s = 18\ l/s$$

$$P_1 = p_1.I = 100000.0{,}018 = 1800\ W$$

Reference:

[1] Alois Hlavička a kol.: Fyzika pro pedagogické fakulty, SPN Praha 1978
[2] http://free-energy.webpark.cz/
[3] Článek Proč funguje Clemův Motor
[4] Článek Schaubergerův pohon