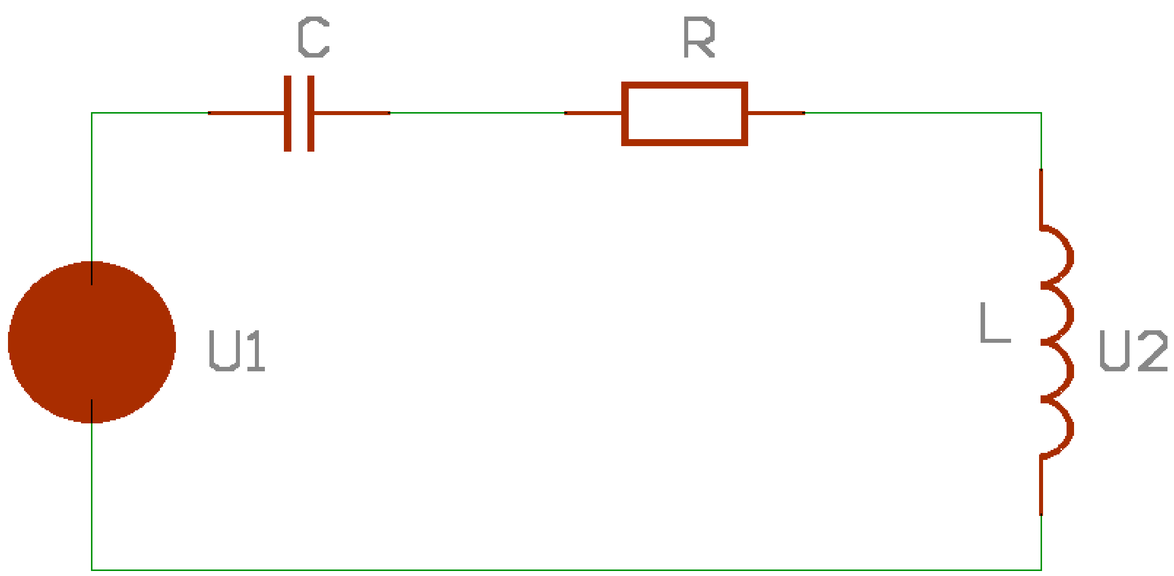
Rezonanční obvod jako zdroj volné energie

© Ing. Ladislav Kopecký, 2002

Úvod

Dlouho mi vrtalo hlavou, proč Tesla pro svůj vynález přístroje pro bezdrátový přenos energie použil název „zesilující vysílač“ (Magnifying Transmitter). Co způsobuje ono zesílení? Již od střední školy vím, že klasický zesilovač, používaný např. v rozhlasovém přijímači, potřebuje k zesílení vstupního signálu vnější zdroj energie. Co je v případě Teslova „zesilujícího vysílače“ oním vnějším zdrojem energie? Vždyť tam přece žádny viditelný zdroj není! Je tam v podstatě pouze zdroj impulsů a sériový rezonanční obvod. Tato práce si klade za cíl tuto „záhadu“ objasnit. Budeme přitom vycházet ze skutečností, které jsou známé každému absolventovi elektrotechnické průmyslovky. Tato známá fakta použijeme k logickým závěrům, které v žádné učebnici nenajdete.
Přitom nejde o žádnou velkou vědu. Je zde sice použito pár triků z vyšší matematky, které se student naučí v prvním ročníku elektrotechnické fakulty, ale většinou si vystačíme s matematikou a základy elektrotechniky ze střední školy.

Analýza sériového LC obvodu



Obr. 1

Uvažujme sériový rezonanční obvod podle obr.1, který je připojen ke zdroji harmonického napětí $u_1 = U_1 \sin\omega t$. Odpor R představuje celkové činné ztráty obvodu, U_1 je amplituda napětí zdroje.

Nyní odvoďme Laplaceův přenos:

$$A_u(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{pL}{R + pL + 1/pC} \qquad (1)$$

$$A_u(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{p^2LC}{p^2LC + pRC + 1} \qquad (2)$$

Dosadíme-li $j\omega$ za Laplaceův operátor p, dostaneme frekvenční přenos:

$$A_u(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{-\omega^2LC}{(1 - \omega^2LC) + j\omega RC} \qquad (3)$$

Vztah (3) upravíme tak, abychom ze jmenovatele odstranili imaginární složku výrazu. Čili zlomek (3) rozšíříme výrazem $(1 - \omega^2LC) - j\omega RC$ a po úpravě dostaneme:

$$A_u(j\omega) = \frac{j\omega^3 LC^2R - \omega^2LC(1 - \omega^2LC)}{(1 - \omega^2LC)^2 + (\omega RC)^2} \qquad (4)$$

Protože v rezonanci platí

$$1 - \omega^2LC = 0, \qquad (5)$$

vzorec (4) se zjednoduší na

$$A_u(j\omega) = j\omega L/R \qquad \text{pro } \omega = \omega_{rez} \qquad (6)$$

Z rovnice (5) plyne vzorec pro rezonanční kmitočet

$$f_{rez} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(LC)}}, \quad \omega_{rez} = \frac{1}{\sqrt{(LC)}} \qquad (7)$$

Po dosazení za proměnnou ω ve vzorci (6) podle (7) dostaneme další vzorec pro přenos:

$$|A_u(j\omega)| = A_u = \frac{\sqrt{(L/C)}}{R} \qquad (8)$$

Nyní určíme impedanci obvodu při rezonančním kmitočtu.

$$Z(p) = R + pL + 1/pC = \frac{p^2LC + pRC + 1}{pC}$$

Opět dosadíme za operátor p operátor frekvenčního přenosu $j\omega$ a dostaneme:

$$Z(j\omega) = \frac{j\omega RC + (1 - \omega^2 LC)}{j\omega C} = R - j\,\frac{1 - \omega^2 LC}{\omega C}$$

Víme, že v rezonanci platí rovnice (5), takže můžeme psát:

$$Z(j\omega) = R \qquad \text{pro } \omega = \omega_{rez} \tag{9}$$

Energie a výkon cívky

Předpokládejme, že cívkou protéká proud sinusového průběhu:

$$i = I \cdot \sin(\omega t), \tag{10}$$

kde I je amplituda proudu.

Okamžitá energie obsažená v cívce závisí na čtverci protékajícího proudu podle vztahu:

$$W_L(t) = 1/2 \cdot L \cdot i^2(t) \tag{11a}$$

Okamžitá enargie obsažená v kondenzátoru závisí na čtverci napětí na jeho svorkách podle vztahu:

$$W_C(t) = 1/2 \cdot C \cdot u^2(t) \tag{11b}$$

Střední hodnota energie v cívce za polovinu periody je dána integrálem:

$$W_{stř} = 2/T \int_0^{T/2} 1/2 \cdot L \cdot I^2 \cdot \sin^2(\omega t) \cdot dt = \frac{LI^2}{T} \left[\frac{t}{2} - \frac{1}{4\omega} \sin(2\omega t) \right]_0^{T/2}$$

$$W_{Lstř} = \frac{LI^2}{4} \tag{12}$$

Víme, že výkon je množství práce za jednotku času, takže pro střední výkon cívky platí

$$P_{Lstř} = \frac{W_{Lstř}}{T/2} = 2 \cdot W_{Lstř} \cdot f = 1/2 \cdot LI^2 \cdot f, \tag{13a}$$

kde L je indukčnost cívky, I je amplituda proudu a f je frekvence.

Analogicky můžeme odvodit střední výkon kondenzátoru, protože kondenzátor a cívka si neustále vyměňují energii a amplitudy energií v cívce a v kondenzátoru se sobě rovnají.

$$P_{Cstř} = \frac{W_{Cstř}}{T/2} = 2 \cdot W_{Cstř} \cdot f = 1/2 \cdot CU^2 \cdot f, \qquad (13b)$$

kde C je kapacita kondenzátoru, U je amplituda napětí na kondenzátoru a f je frekvence.

Dále víme, že $I = I_{ef} \cdot \sqrt{2}$, kde I_{ef} je efektivní hodnota proudu, a tak můžeme psát:

$$P_{Lstř} = L \cdot I_{ef}^2 \cdot f \qquad (14a)$$

$$P_{Cstř} = C \cdot U_{ef}^2 \cdot f \qquad (14b)$$

Výpočet účinnosti sériového rezonančního obvodu

Příkon sériového rezonančního obvodu je závislý pouze na činných ztrátách:

$$P_1 = R \cdot I_{ef}^2 \qquad (15)$$

a výkon cívky je dán vzorcem (14), takže pro účinnost platí:

$$\eta = \frac{P_{stř}}{P_1} = \frac{L \cdot I_{ef}^2 \cdot f}{R \cdot I_{ef}^2} = \frac{L}{R} \cdot f \qquad (16)$$

Dosaďme za kmitočet f podle (7) a získáme vzorec pro účinnost v následujícím tvaru

$$\eta = \frac{\sqrt{L/C}}{2\pi R} \qquad (17)$$

Všimneme si, že ve vztahu (17) je obsažen vzorec pro výpočet napěťového přenosu (8). Vzorec pro účinnost se pak zjednoduší na tvar:

$$\eta = \frac{A_u}{2\pi}, \qquad (18)$$

kde $A_u = \omega \cdot L/R$.

Metody pro určení parametrů sériového LC obvodu

První metoda spočívá v zařazení odporu o známé velikosti ΔR do obvodu a ve změření napětí na cívce L (nebo na kondenzátoru C) se zařazeným odporem ΔR a bez něho.

Označme:

A_1 - napěťový přenos bez zařazeného odporu ΔR,
A_2 - napěťový přenos se zařazeným odporem ΔR,
U_{C1} - napětí na kondenzátoru bez zařazeného odporu ΔR a
U_{C2} - napětí na kondenzátoru se zařazeným odporem ΔR.

Platí:

$$A_1 = \frac{L}{R} \cdot \omega, \quad A_2 = \frac{L}{R + \Delta R} \cdot \omega.$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{R}{R + \Delta R}$$

Protože napětí U_1 je na ΔR nezávislé a U_C je přímo úměrné U_L, můžeme psát:

$$\frac{U_{C2}}{U_{C1}} = \frac{R}{R + \Delta R}$$

Po úpravě dostaneme vztah pro celkové činné ztráty obvodu:

$$R + \Delta R = \frac{U_{C1}}{U_{C2}} R, \qquad \Delta R = R \left(\frac{U_{C1}}{U_{C2}} - 1\right)$$

Odtud

$$R = \frac{\Delta R}{(U_{C1}/U_{C2} - 1)} \tag{19}$$

Nyní, když známe celkový činný odpor R obvodu, můžeme pomocí vzorce (6) odvodit vztah pro indukčnost:

$$L = \frac{A_u R}{\omega} \tag{20}$$

Vzorec pro kapacitu odvodíme ze vztahu (7):

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} \tag{21}$$

Dále si ukážeme další způsob určení indukčnosti cívky v rezonančním obvodu, který je v některých případech velmi užitečný.

1) Předpokládá se, že známe kapacitu C kondenzátoru (v některých případech je nutné přičíst kapacitu vinutí cívky).
2) Změříme amplitudu napětí U na kondenzátoru (například pomocí osciloskopu).
3) Změříme amplitudu proudu I protékajícího cívkou (osciloskopem měříme úbytek napětí na malém odporu zařazeném v sérii s cívkou).
4) Protože amplituda energie W_L cívky se rovná amplitudě energie W_C obsažené v kondenzátoru, můžeme psát:

$$W_C = W_L$$

$$1/2\, C\, U^2 = 1/2\, L\, I^2$$

$$L = \frac{C\, U^2}{I^2} \qquad (22)$$

Může se však stát, že nemůžeme přesně změřit kapacitu kondenzátoru (například v případě, že je k němu nutné přičíst kapacitu vinutí, kterou neznáme). Proto si ukážeme, jak tento problém obejít. Do vzorce (22) dosadíme za C podle vztahu

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} \qquad (23)$$

Po úpravě dostaneme:

$$L = \frac{U}{\omega \cdot I} \qquad (24)$$

Kapacitu C potom vypočteme podle vztahu (23) nebo úpravou vztahu (22):

$$C = \frac{I^2 \cdot L}{U^2} \qquad (25)$$

Závěr

Ze vztahů (16), (17) a (18) pro energetickou účinnost na první pohled vidíme, že snadno dosáhneme účinnosti větší než 1. Záleží pouze na hodnotách indukčnosti L, kapacity C a celkových činných ztrátách obvodu R. Teoreticky lze dokonce dosáhnout libovolně vysoké účinnosti. Proto mohl Tesla tvrdit, že pomocí svého vysílače dokáže přenášet neomezené množství energie! Pro běžného smrtelníka je však problém, jak tuto volnou energii využít, aniž bychom museli stavět Teslův „zesilující vysílač“. Jediným schůdným řešením se mi jeví využití silových účinků indukční cívky převodem její energie na mechanickou práci. V Teslově době to nebylo možné, protože neexistovaly vhodné feromagnetické materiály s nízkými ztrátami, takže cívka s vysokým činitelem jakosti musela být vzduchová. Dnes však tato omezení neplatí, protože existuje celá řada materiálů vhodných pro tyto účely. Sám jsem experimentoval s ferity a výsledky byly velmi slibné. Mé experimenty může zopakovat v podstatě kdokoli. Stačí mu pouze přeladitelný zdroj harmonického napětí, výkonový nízkofrekvenční zesilovač a osciloskop. Celkové ztráty v rezonančním obvodu může potom zjistit pomocí metody, kterou jsem popsal v předchozím odstavci.