

# Vlnové pojetí elektromagnetického pole

Ing. Jaroslav Jirků, CSc.  
(jaroslav.jirku@volny.cz)

## Vlnová podstata elektřiny ve vodičích

V elektrotechnické teorii a také v praxi lze postrádat vysvětlení podstaty vodivého proudu, považovaného za jednu ze základních veličin, z níž se odvozují závislosti různých veličin. Protože v přírodě se prakticky nevyskytují zdroje proudu, musí tento být vyvolán jinými zdroji jako představuje např. spád potenciálu na vodiči, pohyb nábojů, indukční vazba mezi spřaženými obvody, atp.

Proud odvozený z množství elektřiny (nábojů) protéká za jednotku času daným průřezem ( $I=dQ/dt$ ) představuje tzv. proud posuvný. Jeho šíření je podstatně menší než rychlost šíření elektřiny (vodivého proudu) ve vodiči. Ve vodičích je posuvný proud proti proudu vodivému zanedbatelný a stejně jako elektrický náboj nemůže být považován za základní veličinu.

Podstata vodivého proudu nezávisí na pohybu elektrického náboje ale na pohybu volných elektronů ve vodičích. Vlivem intenzity elektrického pole se dostávají volné elektrony ve vodičích do usměrněného pohybu, při němž dochází k jejich srážkám a odrazům. V homogenním vodiči se tyto srážky navenek neprojevují, takže lze předpokládat zdánlivě plynulý postup elektronů vodičem. Teprve v bodech nehomogenity vodiče dochází k zjevným odrazům a ke změnám směru postupu postupujících elektronů.

Tento pohyb a srážky elektronů ve vodičích lze interpretovat jako existenci dvou protisměrně postupujících „putujících vln“ (travelling Waves) odrážejících se od bodů nehomogenity vodiče. Pohyb postupujících vln v homogenním vodiči lze považovat za plynulý, bez srážek a odrazů, i když každý bod může představovat bod srážky a odrazu. [Ve výpočtech se počítá s odrazy jen v bodech s výraznou změnou homogenity vodiče, jako např. při výrazné změně vlnových odporů do série zapojených vodičů, nebo v uzlech s několika vodiči, atp. Malé změny homogenity, např. izolátory na vedení, se nerespektují, i když i tyto body ve skutečnosti představují body odrazů vln, rozdělující celou délku vedení na krátké úseky s protisměrně postupujícími vlnami.]

Základem vlnového teoremu je skutečnost, že v každém vodiči pod napětím se vyskytují dvě protisměrně postupující vlny a to i v případě, že intenzita pole (spád potenciálu) na vodiči je nulový a vodičem neteče žádný proud. Mechanika postupů a neustálých odrazů vln odpovídá dynamické podstatě elektřiny ve vodičích.

Projevem střetů těchto dvou protisměrně postupujících vln ( $v_p, v_z$ ) na vodiči se známou vlnovou vodivostí ( $Y$ ) jsou napětí a proud. Jejich okamžité hodnoty jsou dány obecně platnými vlnovými rovnicemi

$$u = v_p + v_z$$
$$i = (v_p - v_z) Y = (2v_p - u) Y$$

Protože v bodě odrazu jsou přicházející a odražená vlna v protisměru, platí pro ně tytéž základní vlnové rovnice.

Tyto rovnice střetů a odrazů protisměrně postupujících vln představují nejvšeobecnější vztahy platné prakticky ve všech oborech fyziky (v optice, elektrotechnice, akustice, hydromechanice, mechanice..) a v nejširším časovém rozpětí (od doby mezi srážkami volných elektronů až po doby srážek ohromných hmot jako např. zemských ploten). [Příklad širokého použití vlnových rovnic představuje grafická Bergeronova metoda, vyvinutá v hydromechanice pro vodní rázy a používaná v elektrotechnice při výpočtech přepětí vyvolaných úderem blesku.]

Z těchto vlnových rovnic, platných pro všechny větve připojené k uzlu, lze určit napětí v uzlu ( $u_x$ ) z nulového součtu všech proudů tekoucích v jednom okamžiku do uzlu [ $\sum(2v_{pn} - u_x) Y_n = 0$ ]

$$u_x = 2 \sum (v_{pn} Y_n) / \sum Y_n$$

Okamžitá hodnota napětí v uzlu je dána jen vlnami přicházejícími do uzlu v jednom okamžiku a vlnovými vodivostmi vodičů k němu připojených. Pro určení napětí v uzlu není potřebný tzv. činitel odrazu ( $\beta$ ) počítaný jen z vlnových odporů připojených vodičů bez uvažování vln postupujících po nich. Takovýto běžně používaný činitel odrazu ( $\beta$ ) je zavádějící a platí jen ve speciálních případech, kdy po vodičích, mimo vodič s přicházející vlnou, nepostupují žádné vlny. [Např. pro různé hodnoty vlnových odporů k uzlu připojených vodičů, ale se stejnými přicházejícími vlnami, je činitel odrazu ve všech vodičích rovný jedné. Naopak, když součet všech přicházejících proudových vln po vodičích s různými vlnovými vodivostmi je rovný záporné hodnotě přicházející proudové vlny ( $\sum v_n Y_n = -v_p Y_p$ ) je činitel odrazu rovný -1, aniž by některá větev byla uzemněna].

Z uzlového napětí a přicházející vlny lze určit odraženou vlnu ( $v_{zn}$ ) postupující k sousednímu bodu (A), kde částečně utlumena ( $\rho$ ) a časově zpožděna ( $\tau$ ) představuje vlnu přicházející ( $v_{Ap}$ )

$$v_{zn} = u - v_{pn}, \quad v_{Ap}(t) = \rho v_{zn}(t - \tau)$$

Pro výpočty průběhů jevů a poměrů v elektrických obvodech nebo sítích je dostačující jen znalost uzlového napětí a přicházejících vln. Proud může být počítán průběžně nebo dodatečně, nebo jen v některých větvích či časových úsecích. Proud tak ztrácí své prioritní postavení při sledování el. jevů

Vzhledem k tomu, že okamžité hodnoty napětí a proudu jsou obecně vzájemně nezávislé a že proud je v podstatě následnou veličinou, jsou prakticky všechny závislosti napětí a z něj odvozených veličin na proudu (např. VA-charakteristiky) zavádějící [Tak např. většina nelineárních odporů (bleskojistek, varistorů, el. oblouku,...) nejsou závislé na proudu, ale na přicházející proudové vlně ( $vY$ ) nebo jejím výkonu ( $v^2Y$ ) a v nelineární oblasti také na vnitřním napětí nelineárního článku, jehož vlivem vzniká dynamická charakteristika.]

Za předpokladu, že elektrické pole je vyvoláno napětím a magnetické proudem, nelze vždy, vzhledem k obecné nezávislosti napětí a proudu, předpokládat vzájemnou závislost elektrického a magnetického pole a uvažovat se změnou jednoho pole při změně pole druhého.

Vlnový výkon neodpovídá výkonu získanému ze součinu napětí a proudu. (UI). Vlnový výkon je dán rozdílem vlnových výkonů protisměrně postupujících vln s uvažováním jejich polarity

$$N = [v_p^2 Y - \text{sign.}(v_p v_z) v_z^2 Y]$$

[Např. V případě, že odražená vlna je stejné velikosti ale opačné polarity než vlna přicházející, jako. při zkratu nebo při zapnutí do protifáze ( $v_p Y = -v_z Y$ ), je při uzlovém napětí rovném nule vlnový výkon rovný dvojnásobku výkonu jedné vlny ( $2v^2 Y$ ), kdežto výkon určený součinem proudu a napětí v uzlu je nulový.]

Na základě předpokládané přímé závislosti napětí a proudu ( $u = L di/dt$ ) a při zanedbání konečné rychlosti postupu vln vodičem, dochází se ke složitým diferenciálním rovnicím i při výpočtech jednoduchých lineárních obvodů s prvky s koncentrovanými parametry. Ve vlnové metodě, počítající s okamžitými hodnotami všech veličin a uvažující dobu postupu vln vodičem ( $L = Z\tau$ ), zjednodušují se výpočty jen na snadné určení momentálních hodnot napětí a odražených vln v jednotlivých uzlech obvodu v určitých časových intervalech (výpočtových krocích).

Jak již bylo uvedeno dříve, napětí v uzlu lze určit jen z přicházejících vln, které během svého postupu ze sousedních uzlů nejsou ovlivněny protisměrně postupujícími vlnami. Velikost proudu postupujícího vodičem nemusí být po celé délce vodiče stejná protože je určena v každém bodě a okamžiku protisměrně postupujícími vlnami. [Jako příklad lze uvést tzv. „stojatou vlnu“ na vedení, kdy protisměrně postupující vlny stejné frekvence ale fázově posunutě vytváří na vodiči střídatě uzly s maximálním napětím anebo proudem.] Protože okamžitá hodnota proudu v uzlu nezávisí na velikosti proudu tekoucího ze sousedního uzlu, nelze z proudů (případně napětí) zjištěných v sousedních uzlech v předcházejících výpočtových krocích, počítat poměry v celém obvodu, jak je tomu v některých výpočtových programech (EMTP,

Netomac). Vlnová metoda umožňuje počítat poměry i ve velmi složitých obvodech s nelineárními prvky a s možností změny parametrů obvodu během výpočtů.

## Magnetické pole v okolí vodiče

V teorii pojednávající o elektromagnetickém poli se předpokládá jediné magnetické pole ( $\mathbf{H}$ ) a odpovídající magnetický tok ( $\Phi$ ) buzeným proudem. K tomuto tvrzení se dospělo na základě experimentů, případně podle podobnosti silového působení elektrického a „magnetického“ množství [  $F=Q_1Q_2/4\pi\epsilon a^2$ ,  $F=\Phi_1\Phi_2/4\pi\mu a^2$  ] nebo z podobnosti vztahů pro elektrickou a magnetickou indukci ( $\mathbf{D}=\epsilon\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$ ).

Podrobnější experimenty a propočty však prokázaly, že v elektromagnetickém poli existuje mimo proudový magnetický tok ( $\psi$ ), také napěťově magnetický (vlastně magnetizační) tok ( $\phi$ ).

Jak vyplývá z indukčního zákona magnetický (vlastně magnetizační) tok je buzen napětím a dobou jeho působení [ $\phi=\int(u dt)$ ] a nezávisí na proudu tekoucím vodičem (indukčností). Vzájemná vazba a přeměny napětí a toku představují jednu ze základních vlastností elektromagnetického pole jak při magnetizaci v okolí vodičů (v prostředí s feromagnetickými látkami), tak i při jeho šíření ve vakuu či zduchu (při vysokých frekvencích)

[ Podobně jako v elektrickém obvodu lze považovat kondenzátor za zásobník elektrického množství (el nábojů), lze si v magnetickém obvodu představit cívku se železem jako zásobník magnetismu (magnetického toku). ]

. Oba toky, magnetický a magnetizační, jsou navzájem nezávislé. Protože magnetizační tok ( $\phi$ ) a odpovídající magnetická indukce ( $\mathbf{B}$ ) nejsou závislé na proudu, nemohou platit běžně uváděné vztahy  $\phi = f(i)$ , případně  $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$  t.zn. že  $\phi \neq f(i)$ ,  $\mathbf{B} \neq \mu\mathbf{H}$ . Rovněž ze zavádějící magnetizační charakteristiky (měřené pro 50 Hz) odvozená závislost permeability ( $\mu$ ) na magnetickém toku [  $\mu=f(\phi)$  ] neodpovídá skutečnosti, protože permeabilita je konstantní jak v nenasycené tak i v nasycené oblasti.

[ **Poznámka** : Ve výpočtech vlnovou metodou se počítá v každém výpočtovém kroku přírůstek magnetického toku z průměrného napětí v kroku ( $u_k$ ) a z doby výpočtového kroku ( $\Delta t$ ). Celkový magnetický tok je určen z magnetickému toku v předcházejícím kroku s uvažováním útlumu ( $\rho_\mu$ ) a z přírůstku magnetického toku v daném kroku  $\phi(t) = \rho_\mu [ \phi(t-\Delta t) ] + k_\phi u_k(t) \Delta t$

Činitel přírůstku magnetického toku ( $k_\phi$ ) se skokem mění při dosažení bodu nasycení ( $\phi_s$ ).

Okamžitá hodnota nelineární indukčnosti (vlnové vodivosti vodiče cívky  $Y_\mu$ ) je závislá na magnetickém toku

$$Y_\mu(t) = (1+k_0) Y_0 + k_\mu [ \phi(t) - \phi_s ]$$

V nenasyceném stavu je indukčnost většinou konstantní a činitel sycení nulový ( $k_0 = 0$ ). Činitel nelinearity ( $k_\mu$ ), závislý na hodnotě permeability železa, je v nenasyceném stavu nulový, v nasyceném stavu je konstantní, nezávislý na magnetickém toku.

Bez znalosti proudu a s konstantními hodnotami permeability se vypočítaly okamžité hodnoty napětí na nelineární indukčnosti, velikosti magnetického toku a stav nelineární indukčnosti (vlnové vodivosti vodičů). Po vynesení závislosti magnetizačního toku na současně nebo dodatečně vypočteném proudu byla získána magnetizační křivka včetně hysterezní smyčky.]

Závažným konstatováním je skutečnost, že magnetický (vlastně magnetizační) tok ( $\phi$ ) není buzen proudem a že permeabilita železa není závislá na magnetickém toku [  $f \neq f(i)$ ,  $\mathbf{B} \neq \mu\mathbf{H}$ ,  $\mu \neq f(f)$  ] .

U dvou spřažených obvodů lze očekávat induktivně proudový tok ( $\psi_M$ ) vyvolaný časovou změnou induktivně-magnetického potenciálu ( $\Psi_M$ ), daného rozdílem závitových svorkových napětí spřažených vinutí ( $\Psi_M = u_j/z_j - u_n/z_n$ ). Indukčně magnetický tok a indukovaný proud tekoucí mezi spřaženými vinutími ( $i_{jn} = d\Psi_M/dt$ ) není závislý na magnetizačním toku.

Na základě vlnových pochodů lze v elektromagnetickém poli vodiče předpokládat dvě navzájem nezávislé elektrické komponenty: napěťovou a proudovou. Časovým působením napětí je vyvolána magnetická komponenta pole s odpovídajícím magnetizačním tokem ( $\phi$ ) Rozdílu napětí na závit spřažených vinutí (obvodů) odpovídá v magnetické komponentě magnetický potenciál ( $\Psi_M$ ), jehož časovou změnou je vyvolán proud mezi spřaženými vinutími.

Odpovídající uspořádání jednotlivých komponent elektromagnetického pole je uvedeno v následující tabulce

komponenta	n a p ě ť o v á	p r o u d o v á
e l e k t r i c k á	$u = v_p + v_z \quad \dot{U}$	$i = (v_p - v_z)Y \quad m$
m a g n e t i c k á	$\phi = \int u \, dt \quad m$	$\Psi_M = u_j/z_j - u_n/z_n \quad \dot{U}$
e l e k t r i c k á	$u_\phi = d\phi/dt \quad \dot{U}$	$i_{jn} = d\Psi_M/dt \quad m$

I když indukční čáry proudu a magnetizačního toku leží ve stejné rovině elektromagnetického pole a oba toky prokazují obdobné silové účinky, nelze prokázat jejich vzájemnou závislost, protože proud a odpovídající magnetický tok leží v elektricko-proudové a magnetizační tok v napěťově-magnetické složce elektromagnetického pole. [Magnetizační tok se uplatňuje především v případě, kdy ve vinutí cívky je ferromagnetický materiál ( $\mu \gg \mu_0$ ).]

Budící napětí ( $u_{k\Sigma}$ ) magnetizačního toku  $u$  dvou a více spřažených obvodů je dáno průměrnou hodnotou napětí na závit všech připojených obvodů ( $u_{k\Sigma} = 1/n \sum u_n/z_n$ ). [Např. u dvouvinutového transformátoru s jedním zkratovaným vinutím klesne magnetizační tok přibližně na polovinu. Při druhém vinutí nepřipojeném (tj. naprázdno), indukuje se v něm stejné napětí na závit jako je budící napětí, takže zůstává magnetizační tok stejný. V případě stejného počtu závitů volného vinutí a stejné polaritě napětí jako má budící napětí, lze toto vinutí připojit k napájenému vinutí, aniž by se změnil magnetický tok a magnetizační proud (i když se jedná o dvě paralelně zapojená vinutí).]

[ Pozn. Při chodu transformátorů naprázdno může při rezonanci indukované závitové napětí na otevřeném vinutí dosahovat značně vysokých hodnot. U většiny silových transformátorů (s výkony od 400 MVA až po malý model) lze očekávat základní rezonanční frekvenci kolem 10 kHz. Protože jediným společným prvkem je ve všech případech jen železo (transformátorové plechy), lze ho považovat za zdroj rezonance (a tím i závislost permeability na frekvenci).

U transformátorů (elektrických strojů) s induktivně spřaženými obvody se mohou vyskytnout tři navzájem nezávislé toky a to tok magnetizační ( $\phi$ ) a tok proudově magnetický, daný přímo velikostí proudu ( $\psi$ ) a tok induktivně-magnetický ( $\psi_M$ ), umožňující přenos přes transformátor.

V proudovém, induktivně-magnetickém toku ( $\psi_M$ ), se vyskytují dvě navzájem nezávislé složky, jejichž velikosti závisí na počtu závitů napájeného vinutí. S tokem tekoucím převážně železem ( $\psi_{Fe}$ ) lze počítat především u elektrických strojů s napájeným vinutím o malém počtu závitů, s tokem tekoucím vzduchem v prostoru transformátoru ( $\psi_\sigma$ ) u napájeného vinutí s větším počtem závitů (např. u silových transformátorů).

I když fiktivní vzájemná indukčnost prokazuje vlnové parametry (vlnový odpor a dobu postupu vlny vodičem), s vlastní indukčností jednotlivých vinutí nemá nic společného [ $M_\psi \neq f(L_1, L_2)$ ]. Vlastnosti vlastních indukčností vinutí a fiktivní vzájemné indukčnosti jsou podstatně odlišné (frekvenční závislost, vliv počtu závitů na velikost indukčnosti,... stav nasycení se vyskytuje jen u magnetizační indukčnosti,...).

Přenosové vlastnosti transformátoru si lze nejlépe objasnit na náhradním schématu. V běžné praxi je **náhradní schéma transformátorů** s více vinutími složeno z rozptylových reaktancí jednotlivých vinutí zapojených do úplného n-úhelníku nebo do série s odbočkami. Tato zapojení rozptylových reaktancí i přes složité výpočty nekopírují skutečné jevy při přenosu transformátorem a neposkytují reálné výsledky.

Dualitu mezi magnetickým přenosem fiktivní vzájemnou indukčností a použitím reální indukčnosti, lze v náhradním schématu transformátoru spatřit v záměně rozptylových reaktancí za rozptylové susceptance ( $W=1/X$ ), s nimiž se ale počítá jako s reaktancemi, tj. výsledná susceptance do série zapojených dílčích susceptancí je rovna jejich součtu. Se susceptancemi zapojenými paralelně se počítá jako s paralelně zapojenými reaktancemi.

Pro sestavení výchozího schématu transformátoru se uvažuje kruhové zapojení závitových susceptancí jednotlivých vinutí ( $z_n W_T$ ). Zde  $W_T$  je „rozptylová konstanta transformátoru“ . odpovídající součinu počtu závitů ( $z_n$ ) a jmenovité susceptanci každého vinutí ( $W_{nn}$ ) při převodu rovném jedné ( $p_{nn}=1$ ) t.j.  $W_T = z_n W_{nn}$

Ve výchozím schématu je ke každé susceptanci paralelně připojena ohmická vodivost zátěže ( $Q_n$ ). [V případě otevřeného vinutí s  $Q_n = 0$  je také výsledná susceptance ( $Q_n \parallel W_n$ ) nulová a susceptance vinutí se v sériovém zapojení neuplatní. Pro vinutí zkratované ( $Q_n \gg W_n$ ) je susceptance tohoto vinutí zapojena v sérii s ostatními susceptancemi.]

Pro rozptylovou susceptanci ( $W_{sj}$ ) vztaženou na jmenovité (napájené) vinutí (j), vychází náhradní schéma z paralelního zapojení jmenovité susceptance ( $W_{jj}$ ) a do série zapojených susceptancí ostatních vinutí ( $W_{nj} = p_{nj} W_{jj}$ )

$$W_{sj} = \frac{2 p_{sj}}{1 + p_{sj}} W_{jj} \quad , \quad p_{sj} = \sum_{n=1}^N p_{nj} = 1/ p_{js}$$

[Ze sériového zapojení rozptylových susceptancí plyne, že při stejném napětí a odporu na závit jednotlivých vinutí nebo i jen jednotlivých závitů, jejichž susceptance jsou zapojeny do série, teče v nich stejný proud, a to bez ohledu na to, jak jsou v realu zapojeny nebo i od sebe izolovány.]

Součet proudů ( $i_\Sigma$ ) ve jmenovitém a v ostatních vinutích je nezávislý na převodu a je dán jen zatěžovacím napětím na závit ( $u_j/z_j$ ) vztaženým na jmenovité napětí ( $u_j$ ) a „rozptylovou konstantou“ transformátoru ( $W_T$ )

$$i_\Sigma = i_j + i_s = 2 \left( \frac{p_{sj}}{1 + p_{sj}} + \frac{1}{1 + p_{sj}} \right) W_{jj} u_j = 2 u_j/z_j \cdot W_T$$

Rozptylová susceptance transformátoru ( $W_T$ ) je vzhledem ke dvěma induktivně magnetickým tokům ( $\psi_{Fe}$  a  $\psi_\sigma$ ) složena ze dvou dílčích susceptancí  $W_{TFe}$  a  $W_{T\sigma}$ . První ( $W_{TFe}$ ) odpovídá magnetickému toku tekoucímu železem a je závislá na počtu závitů napájeného vinutí. Při malém počtu závitů bývá mnohem větší než při toku vzduchem ( $W_{TFe} \gg W_{T\sigma}$ ). Druhá ( $W_{T\sigma}$ ), odpovídající toku vzduchem není závislá na počtu závitů napájeného vinutí, bývá (např. u silových transformátorů) mnohem větší než první složka ( $W_{T\sigma} \gg W_{TFe}$ ), která v tomto případě může být zanedbána.

$$W_T = W_{TFe}/ z_j + W_{T\sigma}$$

K sérioparalelnímu zapojení vztažené susceptance ( $W_{sj}$ ) lze paralelně připojit „magneticko-kapacitní susceptanci ( $W_c$ )“ a útlumovou ohmickou vodivost ( $Q_c$ ). Připojením magneticko-kapacitní susceptance se dosáhne frekvenční nezávislosti přenosu (při ss napětí je přenos nulový a pro vyšší frekvence je omezen jen útlumovým článkem ( $Q_c$ )).

[ Většina měření rozptylových reaktancí je prováděna při 50. Hz. napětí. Protože se však jedná o paralelní zapojení fiktivní indukčnosti a kapacity, bylo by vhodné pro zjištění velikosti magnetické kapacity provést měření frekvenční charakteristiky přenosu při zatíženém (zkratovaném) sekundárním vinutí. ]

Pro doplnění kompletního náhradního schématu transformátoru lze připojit paralelně (k zemi) na začátek rozptylových susceptancí magnetizační susceptanci ( $W_\mu$ ) s paralelní ohmickou vodivostí vinutí a uzemnění ( $Q_R$ ). I tato větev je prakticky frekvenčně nezávislá, protože při stejnosměrném napětí je  $W_\mu \ll Q_R$ , takže proud tekoucí magnetizační větví je omezen jen odporem vodiče a uzemnění. Při vyšší frekvenci ( $\geq 50$  Hz) je  $W_\mu < Q_R$  a současně  $W_\mu \ll W_{sj}$ , takže magnetizační proud bývá mnohem menší než proud přenášený transformátorem.

Z náhradního schématu transformátoru lze sestavit vlnový model transformátoru tím, že se sérioparalelní zapojení rozptylových susceptancí nahradí vlnovými vodivostmi vodičů zapojenými do hvězdy, při čemž se zamění napětí za přicházející vlny ( $u \rightarrow v$ ) a rozptylová susceptance za vlnovou vodivost vodičů ( $W \rightarrow Y$ ). Magnetická kapacita ( $C_\sigma$ ) a magnetizační větev ( $W_\mu \rightarrow Y_\mu$ ) se zapojí do středu hvězdy. Připojením „ideálního transformátoru“ do uzlu hvězdy, se umožní počítat poměry ve všech napětíových hladinách bez převádění různých napětí a susceptancí (vlnových vodivostí) na jmenovité napětí. V reálu jsou totiž vlnové vodivosti vodičů vedení a zařízení při různých napětíových hladinách přibližně stejné.

## [Doplňk k úvaze o „Vlnové podstatě elektromagnetického pole“]

### V o d i v ý p r o u d

V teorii elektromagnetického pole se postrádá definice vodivého proudu. Za předpokladu, že nelze v přírodě předpokládat výskyt zdroje proudu., může jen zdroj napětí být příčinou vzniku proudu.

Nejprostší vztah mezi napětím a proudem vyjadřuje Ohmův zákon, vycházející z měrné vodivosti prostředí ( $\gamma$ ) a intenzity elektrického pole ( $E$ ), tj.  $I = \gamma E$ . V tomto případě se jedná o prvek s koncentrovanými parametry, připojený přímo ke zdroji napětí. V obecném případě připojení vodiče s rozloženými parametry, nezáleží na jeho měrné vodivosti, ale na jeho vlnových parametrech, tj. vlnové vodivosti vodiče, případně doby postupu vlny vodičem, výskytu protisměrně postupujících vln, atp.

Základní zákon elektromagnetické indukce (podle I.R. Neumana) vychází z elektrického množství prošlého průřezem smyčky při změně indukčního toku ( $dq = -d\phi/r$ ). Za předpokladu že  $dq = i dt$  vychází pro proud  $i = -1/r d\phi/dt$ . Podle formulace zákona o elektromagnetické indukci mohou tyto vztahy být použity pro uzavřené okruhy a ne pro úseky, protože se předpokládá napětí indukované ve smyčce ohraničující magnetický tok touto uzavřenou smyčkou. Za předpokladu že  $ir=u$ , dochází (podle Maxwella) při změně elektromagnetické indukce k elektromotorické síle  $u = d\phi/dt$ . [ Při tom se předpokládá prvek s koncentrovanými parametry s odporem ohmickým ( $r$ ) a ne vlnovým ( $Z$ ) jaký lze očekávat u vodičů ]

Tento vztah není totožný s indukčním zákonem  $u=d\phi/dt$  (Faraday), který bez ohledu na elektrický náboj a odpor vodiče smyčky, je platný i pro úseky obvodu (otevřené vinutí). Magnetický tok ( $\phi$ ) podle Maxwella neodpovídá toku magnetizačnímu, ale toku indukčně-spraženému ( $\psi$ ), vyvolaného časovou změnou magneticky-spraženého potenciálu ( $\Psi$ ) mezi dvěma spráženými obvody. Proud tekoucí uzavřenou smyčkou, vyvolaný změnou magneticky-spraženého toku, lze považovat za definici vodivého přenášeného proudu ( $i_M$ ).

Vodivý proud ve vodiči ( $i$ ) je definován základními vlnovými rovnicemi z protisměrně postupujících vln ( $v_p, v_z$ ), případně z uzlového napětí ( $u$ ) a z vlnové vodivosti vodiče ( $Y$ ) [ $i = (v_p - v_z)Y = -(2v_p - u)Y$ ]. Indukčně sprážený proud ( $i_M$ ) je dán časovou změnou indukčně spráženého potenciálu ( $d\Psi/dt$ ).

## Magnetizační a magnetický tok

Podstata problému buzení magnetického pole proudem v cívce (vinutí) je v tom, že ve vodiči cívky se v běžné praxi mohou vyskytovat dva proudy a tím i dva magnetické toky.

Kolem každého vodiče jímž prochází proud se vyskytuje magnetické pole, jehož intenzita je přímo úměrná proudu ( $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{I} + d\mathbf{D}/dt$ ). [Předpokládáme, že posuvný proud ve vodiči je proti proudu vodivému zanedbatelný. V případě, že v obvodě je kondenzátor, pak posuvný proud v něm odpovídá přímo vodivému proudu na jeho svorkách.] Magnetický proudový tok ( $\psi$ ) je přímo úměrný proudu.

Kolem vodičů cívky (vinutí) se vyskytuje vlivem časového působení napětí na cívce také pole s odpovídajícím tokem ( $\phi$ ) a proudem magnetizačním ( $\mathbf{E} = -d\mathbf{B}/dt$ ,  $\phi = \int \mathbf{u} dt$ ). Indukční čáry pole magnetizačního a magnetického (proudového) leží ve stejné rovině elektromagnetického pole. Oba toky mají také obdobné silové účinky.

Výskyt dvou proudů a toků (magnetizačního a magnetického) ve vodiči cívky lze si prověřit např. u transformátoru, kde vlivem magnetizačního toku se indukuje na volném (terciárním) vinutí napětí podle indukčního zákona ( $u = d\phi/dt$ ) a to bez ohledu na velikost přenášeného provozního proudu tekoucího rovněž primárním vinutím (při zatížení sekundárního vinutí). U proudového měniče může úbytek napětí na vinutí (vyvolávající odpovídající nepřipustné napětí na otevřeném měřícím vinutí) při vysokých proudech tekoucích měničem, vyvolat takové zvýšení úbytku napětí na vinutí a tím magnetického toku, že dochází k přesycení železného jádra měniče a k deformaci měřeného proudu

Magnetizační tok nemá vliv na velikost přenášeného proudu transformátorem a opačně.. Magnetizační proud závisí na okamžitých hodnotách napětí na vinutí a vlnové vodivosti vodiče vinutí. Ve výpočtech magnetizačního toku a poměrů na nelineární indukčnosti magnetizační proud není určující veličinou a nemusí být ve výpočtech uvažován..

Nelze předpokládat, že proudový magnetický tok je totožný s tokem (proudem) magnetizačním a nelze proto fyzikálně interpretovat Maxwellovy rovnice

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{I} + d\mathbf{D}/dt \quad \text{rot } \mathbf{E} = -d\mathbf{B}/dt$$

jako symetrickou vazbu mezi elektrickou a magnetickou částí elektromagnetického pole a tvrdit, že časovou změnou elektrického pole vzniká pole magnetické a časovou změnou pole magnetického vzniká pole elektrické. Okamžité hodnoty napětí a proudu ve vodičích jsou v každém bodě navzájem nezávislé veličiny. Také veličiny z nich odvozené, jako magnetická (magnetizační) indukce ( $\mathbf{B}$ ) vyvolaná časovým působením napětí a intenzita magnetického pole ( $\mathbf{H}$ ) daná přímo proudem, jsou také navzájem nezávislé t.zn.  $\mathbf{B} \neq \mu\mathbf{H}$ . Činitel magnetické vodivosti (permeabilita železa  $\mu$ ), nemůže být určován z poměru okamžitých hodnot magnetického toku nebo proudu podle experimentálně změřených magnetizačních charakteristik [ $\mu \neq f(i)$  ani  $f(\phi)$ ]

Nepředpokládáme-li výskyt zdroje proudu, nelze při daném napětí vnutit do cívky (vinutí) s danou indukčností proud určité velikosti. Zvyšování proudu lze dosáhnout pouze zvyšováním napětí. Na primárním vinutí transformátoru může k nežádoucímu zvýšení napětí, které by vedlo k přesycení jádra, dojít pouze při zapínání transformátoru naprázdno. Velké zkratové proudy ( $i$  s relativně dlouho trvající stejnosměrnou složkou) protékající také primárním vinutím, nejen že magnetizační tok ( $\phi$ ) nezvyšují, ale ho snižují.

V praxi uváděné magnetizační křivky, změřené při 50. Hz průběhu napětí a uvádějí závislost magnetického toku na proudu (a z toho vyplývající závislost permeability na magnetickém toku), slučují dohromady dvě navzájem nezávislé veličiny a to toky magnetizační a proudově magnetický. Z toho plynou nesrovnalosti ve vykonstruované závislosti magnetizačního toku na proudu. [Jako např. ke strmému nárůstu toku (při skutečné

magnetizační charakteristice s hysterezní smyčkou ) dochází v nenasyceném stavu při téměř konstantním proudu . Rovněž z křivky nelze vydedukovat jaká hodnota magnetizačního toku zůstává v okamžiku přerušení proudu ( $i_{\mu}=0$ ) a to i ve stavu nasycení, kdy nelze předpokládat zpoždění vlivem hystereze.] K udržení magnetizačního toku není teoreticky potřeba žádný výkon. Syčení železa nezávisí jen na okamžité hodnotě buzení ale i na předcházejícím stavu nasycení železa. Uváděné magnetizační křivky jsou obvykle měřeny při 50.Hz průběhu napětí. Nejsou stejné při různých frekvencích nebo tvarech napětí použitého při měření magnetizační charakteristiky .

Magnetická vazba mezi dvěma spřaženými obvody (vinutími transformátoru ) předpokládá indukci proudu v druhém obvodu při změně proudu v prvním obvodu. Je definována vzájemnou indukčností (M) určenou z vlastních indukčností vinutí [  $M=\sigma \sqrt{(L_1 L_2)}$  ]. I při vzájemné vazbě mezi dvěma spřaženými okruhy se předpokládá prioritní postavení proudu a jeho časová změna, aniž by byl vysvětlen původ proudu vyvolávajícího indukci ve spřaženém obvodu.

Při změně magnetizačního proudu se v otevřeném sekundárním vinutí neindukuje žádný proud, protože indukované napětí na závit (vyvolané změnou magnetizačního toku) je stejné jako primární napětí na závit. Teprve při zatížení (zkratu) sekundárního vinutí se objeví ve vinutích proud, vyvolaný časovou změnou rozdílu svorkových napětí na závit obou vinutí a fiktivní vzájemnou indukčností, reprezentující vzájemnou vazbu magnetickou vodivostí obvodu. (Tato fiktivní vzájemná indukčnost nemá nic společného s vlastními indučnostmi vinutí.) . Rozdílem svorkových napětí na závit vzniká ve společném okruhu magnetický potenciál [  $\Psi_p = (u_p/z_j - u_n/z_n)$  ], jehož časovou změnou se zpětně indukuje ve spřaženém okruhu indukční proud (  $i_{jn}=d\Psi_p/dt$  ). Přenášený proud bývá mnohem větší než magnetizační proud v napájeném (primárním) vinutí ( $i_{\mu}$ ) , takže tento může být v tomto případě zanedbán.

Komplikace při určování magnetické vodivosti spřaženého obvodu (mezi dvěma vinutími) vzniká tím, že magnetický tok, odpovídající přenášenému proudu ( $\Psi_M$ ) se uzavírá jak železem i vzduchem.

U vinutí s menším počtem závitů napájeného vinutí se magnetický tok uzavírá především jádrem stroje. Je však nepřímo úměrný počtu závitů, takže s jejich počtem silně klesá. [ U elektrických strojů s menším počtem napájeného vinutí ( elektrické točivé stroje) se obvykle v magnetickém obvodu vyskytuje vzduchová mezera. Vzhledem k tomu, že magnetická vodivost železa je proti vzduchu tak velká, že ji v obvodech se vzduchovými mezerami lze pokládat za nekonečně velikou, určuje vodivost obvodu jen vodivost vzduchové mezery.]

U strojů s větším počtem závitů napájeného vinutí (silové transformátory) se magnetický tok uzavírá především vzduchem v prostoru transformátoru. Magnetická vodivost v tomto případě je konstantní , nezávislá na počtu závitů. Vinutí musí být navinuty na jednom sloupci transformátoru. Fiktivní vzájemná indukčnost je mnohem menší než vlastní indukčnosti jednotlivých vinutí., s nimiž nemá nic společného.

## R o v n i c e d l o u h é h o v e d e n í

Rovnice dlouhého vedení v exponenciálním nebo hyperbolickém tvaru vycházejí z úbytku napětí nebo proudu na jednotkové délce indukčnosti ( $L_0$ ) při časové změně proudu případně napětí ( $-du/dx = ri + L di/dt$  ;  $-di/dt = gu + C du/dt$  ). Rovnice dlouhého vedení se uvádí nejčastěji ve tvaru s hyperbolickými funkcemi

$$U_1 = U_2 \cosh x + J_2 Z \sinh x$$

$$J_1 = J_2 \cosh x + U_2/Z \sinh x$$

Podle těchto rovnic mohou být zjištěny napětí a proud na začátku vedení ( $U_1, J_1$ ) ze známých hodnot napětí a proudu na konci vedení ( $U_2, J_2$ ) . To však odporuje vlnové mechanice elektřiny na vodičích předpokládající nezávislost okamžitých poměrů v každém bodě vodiče na poměrech v jiných bodech a okamžicích. Napětí a proudy v každém bodě jsou určeny jen vlnami přicházejícími v jednom okamžiku do tohoto bodu a na vlnových vodivostech vodičů připojených ke sledovanému bodu.



Ze známých hodnot napětí a proudu v sousedním bodě ( $U_2, J_2$ ) lze určit ze základních vlnových rovnic odraženou vlnu [ $v_{2\text{odr}} = 0,5 (U_2 - Z J_2)$ ], postupující ke sledovanému bodu, kde ovšem jen s jinými vlnami, přicházejícími v jednom okamžiku do tohoto bodu, a s vlnovými vodivostmi vodičů připojených k tomuto bodu, mohou určit napětí a proud v tomto bodě ( $U_2, J_2$ ).

Rovněž činitel šíření ( $\gamma$ ) a vlnový odpor ( $Z$ ) uváděný v komplexním tvaru

$$\gamma = \sqrt{(r+j\omega L)(g+j\omega C)} \quad \text{a} \quad Z = \sqrt{(r+j\omega L)/(g+j\omega C)}$$

neodpovídá podstatě vlnového procesu ve vodičích. Rychlost šíření vln a vlnový odpor jsou závislé na parametrech prostředí ( $\epsilon, \mu$ ) a ne na jeho specifickém odporu. Tento ovlivňuje útlum postupujících vln. Tak ve vzduchu s velkým specifickým ohmickým odporem postupuje elektrická vlna přibližně rychlostí světla a vlnový odpor prostředí je 377 ohmů. V kabelech s malým specifickým odporem vodiče je rychlost postupu vlny poloviční než ve vodičích venkovního vedení s větším odporem. Rovněž vlnový odpor kabelů je řádově nižší (30 až 60 ohmů) než vlnový odpor vodičů venkovního vedení (300 až 500 ohmů) a to i při stejném specifickém ohmickém odporu vodičů.

## Vlastní a vzájemná indukčnost

Obvykle se uvádí koeficient samoindukce (vlastní indukčnost) cívky ( $L$ ) jako poměr celkového indukčního toku ( $\psi$ ) a proudu ( $i$ ), případně jejich přírůstků

$$L = \psi / i \quad ; \quad L = d\psi / di$$

Jak bylo uvedeno dříve, proud není určující veličinou magnetického toku, ale následnou veličinou, danou okamžitou hodnotou napětí na indukčnosti a její velikostí (vlnovou vodivostí vodiče cívky). Magnetický tok ( $\phi$ ), vyvolaný časovým působením napětí na indukčnosti ( $\phi = \int u dt$ ), není buzen proudem tekoucím indukčností, takže nelze očekávat ani jeho závislost na okamžité hodnotě relativně malého „magnetizačního“ proudu. Vlastní „indukčnost“ vodiče je v podstatě určena vlnovým odporem vodiče ( $Z$ ) a dobou postupu vlny vodičem ( $L = Z \tau$ ).

Časovou změnou magnetického toku cívky se v jejím blízkém okolí (na př. ve otevřeném spřaženém obvodu) indukuje napětí podle indukčního zákona ( $u = d\phi/dt$ ). V případě uzavřeného spřaženého obvodu, indukuje se v něm proud při časové změně induktivního potenciálu ( $\Psi$ ). Tento odpovídá rozdílu napětí na závit ( $u_\Delta$ ) obou spřažených vinutí. V tomto případě lze očekávat závislost mezi induktivním tokem ( $\psi$ ) a přenášeným proudem ( $i_M$ ), při čemž koeficient vazby představuje vzájemnou indukčnost ( $M$ ). Výše uvedená rovnice vlastně platí pro spřažené obvody s přenášeným proudem a vzájemnou indukčností a ne pro indukčnost vlastní ( $L$ ).

$$M = \psi / i_M$$

Mezi magnetizačním tokem  $\phi$  a induktivně proudovým tokem  $\psi$  není žádná závislost. Stejný indukovaný proud lze očekávat při nulovém magnetizačním toku jako při vysokém toku v přesycené oblasti. Naopak induktivně přenosový tok ( $\psi$ ) neovlivňuje magnetizační tok ( $\phi$ ), pokud přenášený proud nesnižuje napětí na napájeném vinutí a tím i magnetizační tok v něm.

## Elektromagnetické v f vlny

Předpokládá se, že elektromagnetické vlny (u nichž vlnová délka je malá vzhledem k délce vodiče), vznikají časovou změnou intenzity elektrického a magnetického pole. Ve stávající teorii se uvažuje pouze jediné magnetické pole vyvolané proudem ( $\mathbf{H}$ ). Ve skutečnosti však nutno rozlišovat tři navzájem nezávislá „magnetická“ pole s odpovídajícími magnetickými toky: Proudově-magnetické pole, vyvolané přímo proudem vodivým či posuvným ( $\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + d\mathbf{D}/dt$ ), s proudově magnetickým tokem ( $\Psi$ ), napětově-magnetické (magnetizační), vyvolané časovým působením napětí ( $\mathbf{E} = -d\mathbf{B}/dt$ ) s tokem magnetizačním ( $\Phi$ ) a proudově induktivně spřažené, vyvolané časovou změnou induktivního magnetického potenciálu ( $\text{rot}\mathbf{H}_\Psi = d\mathbf{Y}_p/dt$ ) s induktivně proudovým tokem ( $\Psi_M$ )

V postupující elektromagnetické vlně leží proudově-magnetické a elektrické pole časově ve fázi a prostorově jsou na sobě kolmé. V každém okamžiku a místě je poměr elektrické a magnetické intenzity pole postupující vlny ve vzduchu a vakuu závislý na vlnovém odporu prostředí ( $\mathbf{E}/\mathbf{H} = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = Z_0 = 377 \Omega$ ). Okamžitý výkon vlny a v jednotce času energie, jsou dány součinem čtverce elektrické intenzity vlny (napětí) a vlnového odporu prostředí ( $N = \mathbf{E}^2/Z$ ). Tato závislost však neplatí pro postupující vlnu v bodech kde se vyskytuje protisměrně postupující vlna, jako na příklad v bodě odrazu vlny. Zde intenzita elektrického a magnetického pole jsou navzájem nezávislé, jak lze zjistit podle základních vlnových rovnic, takže i výkon a energie nejsou dány okamžitými hodnotami  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  [Poyntingův vektor  $\mathbf{S}$ ], ale rozdílem výkonů přicházející a odražené vlny.

Podstatu šíření elektromagnetické vlny v prostoru nelze hledat v proměně vzájemně závislého a časově ve fázi ležícího elektrického ( $\mathbf{E}$ ) a proudově-magnetického pole ( $\mathbf{H}$ ). Podle indukčního zákona vyvolává časové působení elektrického pole (napětí) fázově posunuté napětově-magnetické pole ( $\mathbf{B}$ ) s magnetizačním tokem ( $\Phi$ ). Šíření elektromagnetické vlny je vyvoláno neustálou proměnou elektrického a napětově-magnetického pole ( $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{E} \rightarrow \dots$ ) a tím vzájemným přeléváním elektrické do magnetické energie a naopak. Za předpokladu rovnosti obou energií, stačí určit elektrickou energii postupující vlny podle základních vlnových rovnic z intenzity elektrického pole (napětí vlny) a jí odpovídající proudově-magnetické intenzity (proudové vlny), nebo z energií protisměrně postupujících vln.

U stojaté vlny nevzniká kmitání energie mezi elektrickým a magnetickým polem v určitých úsecích vodiče posuvem elektrického náboje (vyvolaného potenciálním spádem mezi uzly napětového a proudového maxima) s odpovídajícím tokem proudu, způsobujícího zpětně nahromadění náboje, ale vlnovým pochodem, t.j. střetem dvou protisměrně postupujících vln, vytvářejících v určitých bodech vodiče maxima napětí a proudu.

## Závěry k vlnovému pojetí elektromagnetického pole

1) V klasické teorii představuje proud prioritní veličinu. Předpokládá se výskyt zdrojů proudů. Definice a vznik vodivého proudu ve vodičích nejsou uvedeny.

- Podle vlnového pojetí je vodivý proud určen protisměrně postupujícími (putujícími) vlnami (travelling waves). Ve výpočtech představuje proud vedlejší, mnohdy postradatelnou veličinu.

2) Vychází se ze vzájemné závislosti mezi napětím a proudem ( $u = L di/dt$ ) a počítají se především obvody s prvky s koncentrovanými parametry, obvykle při harmonickém průběhu napětí. Parametry nelineárních prvků se odvozují z jejich závislosti na proudu.

- Z vlnové podstaty vyplývá vzájemná nezávislost okamžitých hodnot napětí a proudu. Uvažuje se konečná doba postupu vlny vodičem indukčnosti a jeho vlnový odpor ( $L = Z\tau$ ). Počítají se okamžité hodnoty napětí a odražených vln ve všech uzlech obvodu. Nelinearity nejsou závislé na proudu ale většinou na vlnách a vlnových vodivostech vodičů.

3) Předpokládá se jen jeden magnetický tok vyvolaný proudem. Vychází se z magnetizačních charakteristik [ $\Phi = f(i)$ ], zjišťovaných experimentálně pro 50.Hz a předpokládajících závislost permeability

na magnetickém toku [  $\mu = f(\phi)$  ]. Záměna napětově-magnetizačního toku ( $\phi$ ) za proudově-magnetický ( $\psi$ ) vede k problematickým vztahům mezi magnetickou indukcí a intenzitou magnetického pole ( $\mathbf{B} \neq \mathbf{H}$ ).

- V podstatě se u elektrických strojů vyskytuje více navzájem nezávislých toků: napětově magnetický „magnetizační“ ( $\phi$ ) s konstantní permeabilitou železa, proudově-magnetický ( $\psi_i$ ) a proudový indukčně spřažený tok ( $\psi$ ), který má podle průtoku železem nebo vzduchem dvě navzájem nezávislé složky. Vlastní indukčnost cívky není závislá na protékajícím proudu [  $L \neq f(i)$  ]

- Šíření elektromagnetické vlny v prostoru je vyvoláno neustálou přeměnou elektrické energie v magnetickou t.j. elektrického pole ( $\mathbf{E}$ ) ve fázově posunutém napětově-magnetickém pole ( $\mathbf{B}$ ) a naopak. .

Zdroj: <http://www.volny.cz/jaroslav.jirku/vlna.doc>